WISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN DER FACHRICHTUNG
GEODÄSIE UND GEOINFORMATIK DER UNIVERSITÄT HANNOVER
ISSN 0174-1454

Nr. 262

ANDREAS KOCH

Semantische Integration von zweidimensionalen GIS-Daten und Digitalen Geländemodellen

HANNOVER 2006

WISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN DER FACHRICHTUNG
GEODÄSIE UND GEOINFORMATIK DER UNIVERSITÄT HANNOVER
ISSN 0174-1454

Nr. 262

Semantische Integration von zweidimensionalen GIS-Daten und Digitalen Geländemodellen

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie
der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

genehmigte Dissertation
von

Dipl.-Ing. Andreas Koch

Diese Arbeit ist auch veröffentlicht in:
DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Reihe C, Dissertationen, Heft Nr. 601, München 2006, ISSN 3 7696 5040 9

HANNOVER 2006

Vorsitzender der Prüfungskommission:	Prof. Dr.-Ing. Jürgen Müller
Referenten:	Prof. Dr.-Ing. Christian Heipke
	Prof. Dr.-Ing. Monika Sester
	Prof. Dr. rer. nat. Lutz Plümer
Tag der mündlichen Prüfung:	19. April 2006

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur semantischen Integration von zweidimensionalen Daten eines Geographischen Informationssystems (GIS) und Digitalen Geländemodellen (DGM) vorgestellt. Das Verfahren besteht aus zwei Teilen: Zuerst werden mit Hilfe eines mathematischen Optimierungsverfahrens die Daten korrigiert. Dieses ist notwendig, weil die GIS-Daten und das DGM häufig inkonsistent zueinander sind und objektspezifische, die Semantik von Objekten repräsentierende, geometrische Bedingungen durch eine rein geometrische Integration der Datensätze nicht erfüllt werden. In einem zweiten Schritt werden die Daten geometrisch integriert. Es werden zwei Varianten des Verfahrens vorgestellt. Die erste Variante verändert ausschließlich die Höhenwerte der Daten innerhalb der Optimierung. In dieser Form ist das Problem immer lösbar, die Korrektheit des Ergebnisses hängt von den zu spezifizierenden Parametern ab. Die zweite Variante berücksichtigt auch die Position und Form einzelner Objektpunkte bzw. ganzer Objektteile. Deren Lösbarkeit ist abhängig von den Daten selbst und von den in die Optimierung eingehenden Parametern. Ein Vorteil der zweiten Variante gegenüber der ersten ist die Berücksichtigung der Genauigkeit der Lagekoordinaten der zweidimensionalen GIS-Objekte, wohingegen bei der ersten Variante diese als fehlerfrei eingehen.

Unter semantischer Integration von zweidimensionalen GIS-Daten und DGM wird die Integration unter Berücksichtigung der in den Objekten des GIS implizit enthaltenen Höheninformation verstanden. Diese Höheninformation existiert nicht in Form von Zahlenwerten, vielmehr ist aus Erfahrungswerten bekannt, wie diese Objekte in Bezug zu anderen Objekten relativ im Raum positioniert sind. Grundlage des Ansatzes ist die 2.5-dimensionale Objektmodellierung. Die Semantik, d.h. die objektspezifischen Regeln und Gesetze, werden mit Hilfe einfacher geometrischer Bedingungen ausgedrückt, die wiederum durch Bedingungsgleichungen und -ungleichungen formuliert werden. Die Gleichungen sind Pseudobeobachtungen eines Ausgleichungsverfahrens, das durch Bedingungsungleichungen ergänzt wird. Das Ausgleichungsproblem mit Bedingungsungleichungen wird in ein Lineares Komplementatitätsproblem überführt, welches mit Hilfe des Lemke-Algorithmus gelöst wird. Die geometrische Integration basiert auf DGM in Form eines Dreiecksnetzes. Durch die geometrische Integration werden die Objektkanten, deren Höhenwerte mit Hilfe der Optimierung geschätzt werden, in das DGM-Dreiecksnetz eingefügt. Ergebnis des Verfahrens ist ein objektstrukturierter Datensatz, der die Objekte semantisch korrekt darstellt.

Zur Einschätzung der Leistungsfähigkeit des Ansatzes werden Untersuchungen mit synthetischen Daten durchgeführt und kleinere Beispielprojekte mit realen Daten unterschiedlichen Szeneninhalts bearbeitet. Die Untersuchungen mit synthetischen Daten dienen der Überprüfung der Sensitivität des Ansatzes und der Übertragbarkeit von Parametern. Die erste Variante des Verfahrens führt immer zu einem Ergebnis, doch hängt die Korrektheit von der Gewichtung der Beobachtungsgleichungen des Ausgleichungsverfahrens ab. Niedrige Gewichte führen zu einem semantisch inkorrekten Ergebnis, hohe Gewichte hingegen verursachen große Veränderungen des DGM. In den Untersuchungen werden Parameter ermittelt, die ein korrektes Ergebnis bei geringer Veränderung der Datensätze hervorrufen. Die zweite Variante des Verfahrens ist nicht immer lösbar. Die Lagekoordinaten der Randpunkte von Gewässern führen in Einzelfällen zu Zielfunktionsvariationen, die zu Zyklen im Parametervektor des Ausgleichungsverfahrens führen, sodass das Verfahren nicht konvergiert. Die gewonnenen Erkenntnisse werden bei den Untersuchungen mit realen Daten einbezogen, wobei die Übertragbarkeit der Parameter größtenteils bestätigt wird. Die Arbeit wird mit einer Bewertung des Ansatzes und Vorschlägen für weitere Entwicklungen abgeschlossen.

Summary

In this thesis a new approach for the semantical integration of two-dimensional objects of a geographical information system (GIS) and digital terrain models (DTM) is introduced. The approach consists of two steps: first the data are corrected by means of a mathematical optimization. This is done because the GIS data and the DTM often are inconsistent. Object specific geometric constraints which represent the semantics of the objects are not fulfilled using an usual geometrical integration. After the optimization the data are integrated geometrically. Two different variants of the approach are presented. The first variant changes only the heights of the data within the optimization. In this form the problem can always be solved, the correctness depends on the parameters which have to be specified. The second variant considers also the position and shape of individual object points and of whole objects. Whether or not a solution exists depends on the data and on the parameters of the optimization. The advantage with respect to the first variant is that the quality of the horizontal coordinates of the two-dimensional GIS objects can be introduced.

The semantical integration of two-dimensional objects of a GIS and DTM is an integration considering the implicit height information of the objects. This height information is no numerical value, from experience we know the relative position of these objects with respect to other objects. The basis of the approach is the modelling of the objects in 2.5 dimensions. The semantics, i.e. the object specific rules, are represented by simple geometrical constraints which are formulated by equation and inequation constraints. The equations are pseudo observations of a least squares adjustment which is completed by additional inequation constraints. The adjustment is transformed into the Linear Complementarity Problem (LCP) which is solved using Lemke's algorithm. The approach is based on a DTM in form of a Triangular Irregular Network (TIN). By means of the geometrical integration the object edges whose heights are estimated within the optimization are integrated into the DTM-TIN. The result is an object structured dataset, representing the objects semantically correct.

To assess the efficiency of the approach, investigations were carried out with synthetic data and with small projects of real data with different scene contents. The investigations with synthetic data were carried out to prove the sensitivity and the transferability of the used parameters. Using the first variant, a solution always exists. But the correctness of the results depends on the weighting of the observation equations of the least squares adjustment. Small weights lead to semantically incorrect results, high weights cause big changes of the DTM. The investigations lead to parameters obtaining semantically correctness and small changes of the DTM. The second variant is not always solvable. The positional coordinates of the border points of a water lead sometimes to varying target functions, causing cycles of the parameter vector of the adjustment. The problem then does not converge. The findings are introduced in the investigations with real data. An evaluation of the approach and proposals for further developments and research are given at the end of the thesis.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Der Mensch bewegt sich in seiner natürlichen Umwelt. Die Umwelt stellt die nähere oder weitere Umgebung dar, welche einen direkten oder indirekten Einfluss auf den Menschen ausübt. Sie besteht unter anderem aus einem Netzwerk von Orten und der Mensch ist in der Lage, sich von einem Ort zum anderen zu bewegen. Dabei führt er die Bewegung aus eigener Kraft oder aber mit Hilfe eines Fahrzeugs aus. In der Regel bewegt er sich auf dafür vorgesehenen Verkehrswegen. Diese sind vom Menschen erbaut oder liegen natürlich in seiner Umwelt vor. Der Mensch nimmt nicht nur den Weg wahr, auf dem er sich befindet, es wird vielmehr ein Gesamtbild erzeugt, welches aus allen in seinem Umkreis befindenden Dingen besteht. So werden Straßen befahren, an denen Häuser stehen und an die Seen angrenzen. Flüsse werden überquert, die von Deichen umgeben sind und mit der Eisenbahn werden grüne Wiesen und Landschaften durchquert.

Die Form, Größe und Position der natürlichen sowie der vom Menschen künstlich erschaffenen Objekte der Umwelt folgen zumeist gewissen Regeln. Um zum Beispiel aus eigener Kraft bzw. mit Hilfe eines Fahrzeugs einen Berg hinauf zu kommen, führen die Straßen serpentinenförmig den Berg hinauf. Die Steigung der Straße wird dadurch begrenzt. Auch Schienenfahrzeuge sind nicht in der Lage, steile Anstiege zu bewältigen. Größere Neigungen werden verhindert, indem Tunnel durchquert und Brücken überquert werden. Neben diesen künstlichen Objekten verhalten sich auch natürliche Objekte nach bestimmten, i.d.R. physikalischen Gesetzen. Flüsse zum Beispiel fließen von der Quelle bis zur Mündung. Sie sind vom Gelände umgeben, dessen höheres Niveau den Fluss in seinem Flussbett belässt.

Wird die natürliche Umwelt in einem Computer dargestellt, so ist für ein realitätsnahes Ergebnis wichtig, dass die dem Menschen bekannten Regeln und Gesetze in dieser Darstellung nicht verletzt werden. Somit ist es dem Menschen möglich, Bewegungen, wie sie zuvor beschrieben wurden, auch virtuell durchzuführen. Dieses kann nützlich sein bei vielen verschiedenen Anwendungen. So können Katastrophen simuliert werden, Computerspiele in einer scheinbar realen Welt stattfinden oder auch einfache Visualisierungen erzeugt werden, die es Touristen schmackhaft machen, eine bestimmte Umgebung zu bereisen.

1.1 Einführung in das Thema

Die Darstellung der natürlichen Umwelt mit Hilfe eines Computers setzt die Existenz von Daten voraus. Diese sind entweder anwendungsspezifisch zu erfassen, oder es werden vorhandene Datensätze verwendet. Die Verwendung existierender Daten ist zumeist wirtschaftlicher als die Neuerfassung, auch wenn die Daten die Anforderungen hinsichtlich einer realitätsnahen Darstellung nicht ganz erfüllen. So werden die Regeln und Gesetze eventuell verletzt bzw. die nötigen Informationen sind nicht in den Daten enthalten. Um dennoch auf vorhandene Daten zurückgreifen zu können, sind diese zu korrigieren und ggf. durch zusätzliche Informationen zu ergänzen.

Die Regeln und Gesetze werden in dieser Arbeit mit dem Begriff *Semantik* zusammengefasst. Daten, die den Regeln und Gesetzen genügen, werden als *semantisch korrekt* bezeichnet. Die Semantik ist implizit in den Objekten enthalten, sodass semantisch korrekte Datensätze objektspezifisch beschrieben bzw. die Regeln und Gesetze objektspezifisch formuliert werden können.

Flächenhafte Objekte werden rein geometrisch durch Umringspolygone begrenzt, die aus Punkten mit x,y-Koordinaten bestehen. Sind die Objekte im Raum zu positionieren, muss neben der Lage auch die Höhe z existieren. Dieses ist bei vielen Datensätzen, die solche Objekte enthalten, nicht der Fall. Die Daten bilden die Umwelt nur zweidimensional ab und erst die Kombination mit anderen Daten, zum Beispiel einem Digitalen Geländemodell (DGM), erlaubt die semantisch korrekte Darstellung in drei Dimensionen. Diese Kombination von Daten wird allgemein als *Integration* bezeichnet.

Die Integration zweidimensionaler Objekte und DGM führt nicht zwingend zu einem semantisch korrekten Ergebnis. In Abb. 1a ist ein integriertes Dreiecksnetz dargestellt – das Ergebnis einer Integration flächenhafter Seen und einem DGM. Es handelt sich um Daten des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems (ATKIS) – das Digitale Geländemodell ATKIS DGM5 sowie Seeflächen des Digitalen Landschaftsmodells ATKIS Basis-DLM. Ein See muss ein konstantes Niveau aufweisen, weil es ein stehendes,

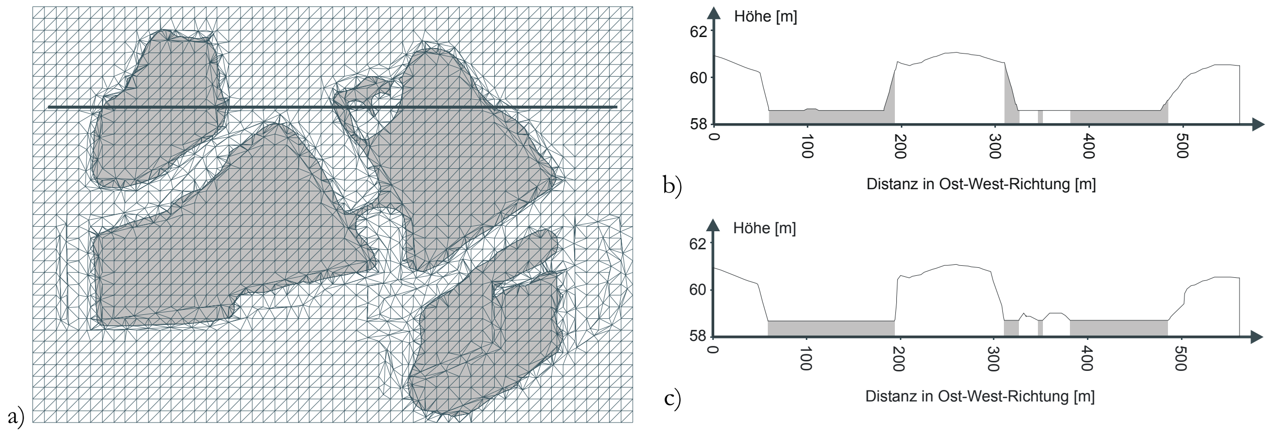


Abb. 1: a) Ergebnis einer Integration von ATKIS DGM5 und Objekten des ATKIS Basis-DLM (Objektart 5112: Binnensee, Stausee, Teich; flächenhaft grau dargestellt), b) Profil des integrierten Datensatzes ohne Berücksichtigung der Semantik der Objekte, c) Mögliches Ergebnis einer Integration mit Berücksichtigung der Semantik (Objekte sind grau dargestellt)

nicht fließendes Gewässer ist. Das Gelände außerhalb muss ansteigen, da bei gleichem Niveau das Gelände dem Gewässer zugeordnet werden müsste und bei einem niedrigeren Niveau das Wasser in diese Richtung fließen würde. Diese physikalischen Gesetze kennzeichnen die Semantik der Seen. Abb. 1b und c zeigen zwei Profile, deren Position in Abb. 1a durch die fett dargestellte Linie gekennzeichnet ist. Die Profile schneiden zwei Seeflächen, die grau dargestellt sind. Das obere Profil (Abb. 1b) zeigt das Ergebnis der Integration, in der die Semantik der Objekte nicht berücksichtigt wurde. Das linke Gewässer enthält Höhen, die oberhalb des mittleren Seeniveaus liegen, insbesondere der Uferbereich ist fehlerhaft. Auch die drei rechts dargestellten Wasserflächen, die zu einem Gewässer gehören, weisen kein konstantes Niveau auf und das dazwischen liegende Gelände befindet sich nicht oberhalb des Seeniveaus. Das Profil in Abb. 1c stellt ein mögliches Ergebnis einer semantischen Integration dar. Die Seeflächen sind horizontal, das angrenzende Gelände steigt an, sodass die Gewässer durch das Gelände begrenzt werden. Das Ergebnis ist semantisch korrekt, es entspricht den Regeln und Gesetzen der Natur.

1.2 Motivation und Ziele

1.2.1 Anwendungsbereich

Semantisch korrekt dargestellte Landschaften als Ergebnis der semantischen Integration zweidimensionaler Objekte und DGM sind nützlich in vielen verschiedenen Anwendungen. Moderne mobile Navigationsgeräte zum Beispiel stellen die Landschaft dreidimensional dar. Der Fahrer eines LKW kann von den auf dem Monitor des Navigationsgerätes dargestellten Straßen auf die Realität schließen. Besonders in gebirgigem Gelände hilft die dreidimensionale Darstellung zur Einschätzung des zu bewältigenden Weges. Eine semantisch inkorrekte Darstellung führt zu falschen Einschätzungen und ggf. zu einem Fehlerverhalten des Fahrers.

Auch im Katastrophenmanagement sind semantisch korrekte Visualisierungen von Bedeutung. Werden zum Beispiel Hochwasser simuliert, muss sich das Wasser den physikalischen Gesetzen folgend ausbreiten. Sind die Daten semantisch inkorrekt, werden die Gesetze verletzt, und etwaige Katastrophenszenarien können fehlinterpretiert werden. Um bei einem Hochwasser Einsätze von Hilfsdiensten zu planen, müssen zur Beurteilung der Befahrbarkeit des Straßennetzes die Straßen korrekt dargestellt werden.

Das Erstellen eines integrierten semantisch korrekten Datensatzes erfordert die Korrektur der Daten. Dieses liegt daran, dass die zweidimensionalen Objekte und das DGM aufgrund der getrennten Erfassung und unabhängigen Haltung häufig inkonsistent zueinander sind. Die Daten wurden durch unterschiedliche Erfassungsmethoden erhoben, die unterschiedliche Genauigkeiten zur Folge haben. Zudem können die Daten große Unterschiede in ihrer Aktualität aufweisen. Von der Größe der Korrekturen kann auf die Qualität der Daten bzw. auf die Aktualität geschlossen werden. So ist es möglich, Aussagen über die Qualität des DGM, aber auch über die der zweidimensionalen Objekte zu treffen.

1.2.2 Ziele dieser Arbeit

Das primäre Ziel dieser Arbeit ist es, vorhandene Datensätze – zweidimensionale Objekte und Digitale Geländemodelle – zu integrieren und die Objekte ihrer Semantik entsprechend korrekt darzustellen. Das Verfahren soll weitestgehend automatisch ablaufen, Interaktionen eines Anwenders sind auf die Eingabe wesentlicher Steuerparameter zu beschränken.

Bei den zweidimensionalen Objekten handelt es sich um flächenhafte Objekte, die geometrisch durch Umringspolygone begrenzt sind. Zudem werden linienhaft modellierte Objekte, zum Beispiel Straßen, in flächenhafte Objekte überführt. Die Objekte enthalten keine Höheninformation, diese ist dem DGM zu entnehmen, sodass die Integration zu einem 2.5-dimensionalen Modell der Erdoberfläche führt.

Die Erstellung eines semantisch korrekten Datensatzes erfordert die Zusammenstellung der in den Objekten implizit enthaltenen Regeln und Gesetze. Die Objekte sind bezüglich einer semantisch korrekten Darstellung zu modellieren, wodurch die Semantik mit der Geometrie in Verbindung gebracht wird.

Bei der Entwicklung eines Verfahrens sind dessen Vor- und Nachteile von Bedeutung. Die Vorgehensweise sowie die Ergebnisse anderer Ansätze sind zusammenzufassen, sodass daraus Erkenntnisse für den eigenen Ansatz gewonnen werden können. Im Vergleich zu anderen Ansätzen soll der in dieser Arbeit entwickelte Ansatz bessere Ergebnisse erzielen.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in acht Kapitel gegliedert. Kapitel 2 befasst sich mit den theoretischen Grundlagen, die für das Verständnis der Arbeit von Bedeutung sind. Es werden Digitale Geländemodelle und zweidimensionale Vektordaten eines Geographischen Informationssystems (GIS) vorgestellt, die Triangulation von Punktmengen erläutert und Verfahren der mathematischen Optimierung, insbesondere die durch Gleichungs- und Ungleichungsrestriktionen erweiterte Ausgleichungsrechnung, behandelt.

Das darauf folgende Kapitel 3 gibt einen Überblick über bereits existierende Ansätze mit der gleichen Zielsetzung. Es werden Arbeiten zur geometrischen und semantischen Integration zweidimensionaler Objekte und DGM vorgegestellt. Zusätzlich werden Ansätze beschrieben, die auf einer anderen Datengrundlage basieren, deren Methodik aber für diese Arbeit relevant ist.

In Kapitel 4 wird das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren zur semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und DGM beschrieben. Einfache Objektrepräsentationen werden vorgestellt und die Modellierung der Objekte wird erläutert. Bei dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren sind zwei verschiedene Varianten zu unterscheiden. Die erste Variante erlaubt eine Veränderung der Höhenwerte der Daten, um ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen. Die zweite Variante berücksichtigt zusätzlich mögliche Veränderungen der Positionen und Formen der zu integrierenden Objekte. Details zur geometrischen Integration und zur Implementierung werden erörtert.

Kapitel 5 und 6 enthalten Ergebnisse, die mit beiden Varianten des Verfahrens erzielt wurden. Die Ergebnisse basieren auf synthetischen und realen Daten. Am Ende beider Kapitel werden die Ergebnisse zusammengefasst.

Kapitel 7 beinhaltet eine Bewertung des Ansatzes. Es werden die Stärken und Schwächen des Ansatzes erörtert und diskutiert, ob die selbst gesteckten Ziele erreicht wurden.

Das letzte Kapitel 8 fasst die Erkenntnisse der Arbeit zusammen. Zudem werden weitere Aspekte aufgeführt, die im Hinblick auf zukünftige Entwicklungen von Bedeutung sind.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen vorgestellt, die zum Verständnis der Arbeit von Bedeutung sind. Abschnitt 2.1 beschäftigt sich mit der Digitalen Landschaftsmodellierung. Es werden Digitale Geländemodelle (DGM) definiert und zweidimensionale Vektordaten beschrieben. Datenerfassungsmethoden und deren Genauigkeiten werden erläutert. Abschnitt 2.2 befasst sich mit der Triangulation Digitaler Geländemodelle. Das im Bereich der Geländemodellierung am weitesten verbreitete Verfahren stellt die Delaunay-Triangulation dar. Darauf aufbauend werden die bedingte und konforme Delaunay-Triangulation sowie die Polygon-Triangulation dargestellt. Es folgen Abschnitte zur Skelletierung (Abschnitt 2.3) und Nachbarschaft (Abschnitt 2.4). Der letzte Abschnitt dieses Kapitels stellt Verfahren der mathematischen Optimierung dar. Vor allem die Einbeziehung von Nebenbedingungen in Form von Gleichungen und Ungleichungen wird detailliert erläutert (Abschnitt 2.5).

2.1 Digitale Landschaftsmodellierung

Um die Umwelt mit Hilfe eines Computers darzustellen, ist es notwendig, diese in vereinfachter Form zu modellieren. Dabei wird ein konkreter Ausschnitt der Wirklichkeit unter Verwendung eines Datenmodells interpretiert und beschrieben.

Die Landschaft wird häufig zweidimensional mit Hilfe diskreter topographischer Objekte modelliert. Getrennt davon beschreibt ein Digitales Geländemodell die Geländeoberfläche. Die Trennung zwischen zweidimensionalen objektstrukturierten Daten und Digitalen Geländemodellen ist zur Zeit Stand der Technik. Im nachfolgenden Abschnitt 2.1.1 werden Grundlagen zu zweidimensionalen Vektordaten behandelt. Weil in dieser Arbeit reale Datensätze des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems (ATKIS) verwendet werden, werden die wichtigsten Aspekte von ATKIS vorgestellt. Digitale Geländemodelle werden in Abschnitt 2.1.2 erläutert. Abschnitt 2.1.3 bringt eine Übersicht über Methoden zur Erfassung der Daten und deren Genauigkeiten.

2.1.1 Zweidimensionale Vektordaten

Allgemein kann zwischen Rastermodellen und Vektormodellen unterschieden werden. In Vektormodellen ist der Punkt der Träger der geometrischen Information, welche durch Koordinaten repräsentiert wird. Zwei Punkte werden zu einer Linie verbunden, eine Fläche wird durch eine geschlossene Folge von Linien dargestellt. Im topologischen Sinn wird ein Punkt als Knoten bezeichnet. Knoten werden durch Kanten miteinander verknüpft. Durch diese Verknüpfung wird eine topologische Beziehung zwischen den beiden Knoten und somit auch zwischen den Punkten hergestellt. Eine Fläche wird als Masche bezeichnet (BARTELME, 1995).

Neben den geometrischen Informationen in Form von Metrik und Topologie müssen thematische bzw. semantische Informationen der Daten gespeichert werden. Dieses wird mit Hilfe von Attributen, die den Objekten zugeordnet werden, realisiert.

Wird ein Gebiet vollständig durch flächenhafte Objekte bedeckt und überlappen sich die Flächen gegenseitig nicht, stellen die flächenhaften Objekte eine Tessellation der Ebene dar. Die Forderungen der vollständigen Bedeckung und nicht erlaubten Überlappung benachbarter Objekte wird auch als Integritätsbedingung bzw. Konsistenzbedingung bezeichnet (GRÖGER, 2000).

Digitale Landschaftsmodelle (DLM) des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems (ATKIS) enthalten punkt-, linien- und flächenhaft modellierte Objekte (ADV, 1989). Die Objektart gibt an, welcher Art das entsprechende Landschaftsobjekt ist. Alle zu erfassenden Objekte sind in einem Objektartenkatalog festgelegt. Dieser entsteht durch eine Klassifizierung der Umwelt nach fachspezifischen Gesichtspunkten. Dabei werden die fachlich bedeutenden Objekte nach dem Prinzip der semantischen Ähnlichkeit gruppiert (HAKE et al., 2002). Ein Objekt kann aus beliebig vielen Objektteilen derselben Objektart bestehen, während jedes Objektteil zu genau einem Objekt gehört. Komplexe Objekte können das Aggregat von Objekten sein. Das DLM besteht aus einem Straßen-, Eisenbahn- und Gewässernetz, wobei Straßen und Eisenbahnen generell linienhaft modelliert werden. Objekte bestimmter Objektarten müssen das durch dieses Netz gebildete Gebiet vollständig abdecken.

2.1.2 Digitale Geländemodelle

EBNER & EDER (1984) definieren ein Digitales Geländemodell (DGM) als

> *ein digitales Modell für die Beschreibung einer Oberfläche, dass die Höhen z als Funktion der Lagekoordinaten x,y darstellt.*[1]

LINKWITZ (1970) beschreibt ein DGM als eine Menge von Geländepunkten, deren x,y,z-Koordinaten digital gespeichert sind und aus denen mit Hilfe von Rechenregeln weitere Daten und Informationen abgeleitet werden können. Nach BOLLMANN & KOCH (2001) sind im DGM zusätzlich morphologisch wichtige Informationen in Form von Geripplinien, Bruchkanten und markanten Höhenpunkten enthalten.

Im Allgemeinen besteht das DGM aus flächenhaft verteilten Stützpunkten und einer Interpolationsvorschrift. Jedem Paar Lagekoordinaten x,y wird jeweils nur eine Höhe z zugeordnet. Das DGM stellt somit ein 2.5-dimensionales Modell dar. Die Höhe eines Punktes mit beliebigen Lagekoordinaten kann mit Hilfe der Interpolationsvorschrift aus den benachbarten Stützpunkten abgeleitet werden.

Das durch das DGM repräsentierte Gelände ist als Grenzfläche zwischen fester Erde einerseits und der Luft bzw. dem Wasser andererseits definiert (HAKE et al., 2002). Vegetation sowie anthropogene Objekte (z.B. Gebäude, Brücken) sind demnach nicht Bestandteile des DGM. Entgegen der Definition werden Oberflächen von Gewässern zumeist dem Gelände zugeordnet.

Digitale Geländemodelle werden häufig in Form von Rastermodellen gespeichert. Die Höhenwerte stellen die attributive Information der jeweiligen Rasterzelle dar. Zumeist wird bei DGM von einem Gittermodell gesprochen, da sich die Höhenwerte nicht auf eine komplette Rasterzelle beziehen. Vielmehr werden die Rasterzellen durch Gitterlinien begrenzt, wobei die Höhenwerte in den Schnittpunkten positioniert sind (KRAUS, 2000). Weitere Attribute, z.B. das Datum der Erfassung und die Erfassungsmethode werden zumeist nicht punktuell gespeichert sondern gelten für ein lokal begrenztes Gebiet, sie werden unter dem Begriff Metainformation zusammengefasst. Hybride DGM enthalten neben den gitterförmig angeordneten Stützpunkten morphologisch relevante Informationen (KRAUS, 2000).

2.1.3 Aspekte der Datenerfassung

Generell wird zwischen originären und abgeleiteten Geo-Daten unterschieden. Originäre Geo-Daten erhält man durch direkte Erfassung am Objekt (terrestrische Vermessung) oder an dessen unverarbeitetem Abbild (Photogrammetrie und Fernerkundung) (HAKE et al., 2002). Abgeleitete oder sekundäre Daten stammen aus Quellen, die bereits das Ergebnis maßstabs- oder themenbedingter Aufbereitung sind, zum Beispiel Grundkarten oder digitale Basis-Landschaftsmodelle (HAKE et al., 2002; BILL, 1999).

Die Ersterfassung von Daten für Digitale Geländemodelle und für Datenbestände eines Geographischen Informationssystems (GIS) beruht bzw. beruhte zumeist auf sekundären Erfassungsmethoden. Die Digitalisierung topographischer Karten ist dabei an erster Stelle zu nennen. Neben der Situation wurden Höheninformationen in Form von Höhenlinien erfasst. Die Genauigkeit der erfassten Situation ist primär abhängig vom Kartenmaßstab. Bei einer Zeichengenauigkeit von 0.2 mm besitzt eine Karte im Maßstab 1:5000 eine Lagegenauigkeit von 1 m. Zu dieser Genauigkeit sind noch Lageverschiebungen aufgrund der Generalisierung der Karte hinzuzufügen. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass auch die originären Erfassungsmethoden nicht fehlerfrei sind, die Karten entstammen der terrestrischen Vermessung bzw. der Photogrammetrie. Da auch die Höhenlinien größtenteils auf photogrammetrischem Wege erfasst wurden, hängt deren Genauigkeit vom Bildmaßstab und vom Kameratyp ab (vgl. Lage- und Höhengenauigkeit photogrammetrisch erfasster Daten). Auch hier verschlechtert sich die Genauigkeit infolge der Generalisierung (KRAUS, 2000).

Bei der Stereo-Photogrammetrie wird das aufzunehmende Gebiet zumeist in parallelen Flugstreifen beflogen, wobei sich benachbarte Bilder sowie benachbarte Flugstreifen überlappen, sodass jeder Geländepunkt in mindestens zwei Luftbildern abgebildet ist und somit stereoskopisch betrachtet und gemessen werden kann. Die Luftbilder werden orientiert, d.h. die innere Orientierung wird wieder hergestellt und die Elemente der äußeren Orientierung werden bestimmt. In der Vergangenheit wurden analoge und analytische Auswertegeräte einge-

[1] Zwar beziehen sich Ebner & Eder (1984) auf ein Digitales Höhenmodell (DHM), doch weisen sie darauf hin, dass ein DGM im Falle der Beschreibung der Geländeoberfläche eine alternative Bezeichnung darstellt.

setzt, um Punkte und Linien durch stereoskopische Betrachtung einer Messmarke räumlich zu erfassen. Heute liegen die gewonnenen Bilddaten entweder digital vor oder die analogen Bilder werden nachträglich digitalisiert. Nach Durchführung der Bildorientierung kann die Geländeoberfläche automatisch oder manuell abgeleitet werden. Für die automatische Erfassung von Massenpunkten stehen Verfahren der digitalen Bildzuordnung zur Verfügung. Datengrundlage für die Situation ist zumeist das Orthophoto. Diese können unter Verwendung des DGM generiert werden, wobei zu beachten ist, dass im DGM nicht modellierte anthropogene Objekte zu Lageverschiebungen führen können.

Die Lage- und Höhengenauigkeit stereoskopisch erfasster Koordinaten hängt vom Bildmaßstab und vom Kameratyp ab. Die Höhengenauigkeit kann mit 0.1 ‰ der Flughöhe angegeben werden. Wie erwähnt, spielt bei der Erfassung der Sitation aus Orthophotos die Qualität des zugrunde liegenden DGM eine wesentliche Rolle.

Das flugzeuggetragene Laserscanning ermöglicht eine flächenhafte Abtastung des Geländes und wird heute häufig als primäre Erfassungmethode für DGM eingesetzt. Häufig einher geht die Umrechnung in ein Gitter konstanter Weite – die erfassten Primärdaten werden in eine regelmäßige Struktur überführt (Sekundärdaten). Morphologisch relevante Geländestrukturen können gar nicht oder nur mit Mühe aus den Laserscanner-Daten gewonnen werden, dieses stellt im Vergleich zu anderen Verfahren einen Nachteil dar. KRAUS (2000) hat gezeigt, dass die Höhengenauigkeit in flachem Gelände etwa 20 cm, bei einer Geländeneigung von 10° sich bereits ein Wert von etwa 40 cm ergibt. Die Lagegenauigkeit hat nur in bewegtem Gelände eine größere Bedeutung und ist generell etwas schlechter als die Höhengenauigkeit. Verschiedene Anteile systematischer Fehler sind in den Daten enthalten, durch deren Reduzierung wird die Genauigkeit noch einmal gesteigert.

Vor allem in Waldgebieten wurden vor Einzug des Laserscanner-Verfahrens terrestrische Vermessungen durchgeführt, um das Gelände topographisch zu erheben. Diese Methode führt zu einer Genauigkeit der aufgenommenen Punkte von wenigen Zentimetern.

Auf satellitengestützte optische sowie radarbasierte Fernerkundungsverfahren soll hier nicht weiter eingegangen werden, da diese im Bereich hochgenauer Digitaler Geländemodelle bisher nur eine untergeordnete Rolle spielen.

2.2 Triangulation

Eine Triangulation[2] ist ein Dreiecksnetz, mit dessen Hilfe eine unregelmäßig verteilte Punktmenge strukturiert werden kann. Ein häufiges Anwendungsfeld stellt die Geländemodellierung dar. So können die Punkte eines Digitalen Geländemodells in ein Dreiecksnetz überführt werden, wobei die Dreiecke die Geländeoberfläche repräsentieren.

Allgemein versteht man unter Triangulation einer Menge S von n Punkten im $\Re^2$ eine Menge von Kanten mit Endpunkten in S, die in dem Sinne maximal ist, dass keine weiteren Kanten hinzugefügt werden können ohne eine andere Kante zu schneiden (AURENHAMMER & KLEIN, 1996; KLEIN, 1997; PREPARATA & SHAMOS, 1985). Die äußeren Kanten einer Triangulation bilden gleichzeitig die konvexe Hülle der Punktmenge S. Die konvexe Hülle ist das umschreibende konvexe Polygon von S mit der kleinsten Fläche (O'ROURKE, 1998). Die Flächen der Triangulation sind Dreiecke. Die Voraussetzung für eine Triangulation ist, dass $n \geq 3$. Die Anzahl Dreiecke n_D sowie die Anzahl Kanten n_K einer Triangulation ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned} n_D &= 2(n-1)-r \\ n_K &= 3(n-1)-r \end{aligned} \tag{2.1}$$

Beide Gleichungen in (2.1) sind abhängig von der Anzahl Punkte r, die sich auf der konvexen Hülle der Punktmenge S befindet.

2.2.1 Delaunay-Triangulation

Bei einer Delaunay-Triangulation bilden drei Punkte P_i,P_j,P_k der Punktmenge S dann ein Dreieck, wenn der Umkreis durch P_i,P_j,P_k keinen anderen Punkt aus S enthält (s. Abb. 2). Diese Eigenschaft der Delaunay-Triangulation wird auch als Kriterium des leeren Umkreises (empty circumcircle criterion) oder Delaunay-Kriterium bezeichnet (SHEWCHUK, 1997). Es führt gleichzeitig zu einer Maximierung des minimalen Dreieckwinkels. Liegen mehr als drei Punkte auf dem Umkreis eines Dreiecks, liegt ein degenerierter oder neutraler Fall vor (FORTUNE, 1995). Das Kriterium des leeren Umkreises kann dann nicht mehr eindeutig erfüllt werden

2 In der Literatur wird das Dreiecksnetz selbst sowie die Erstellung des Dreiecksnetzes als Triangulation bezeichnet.

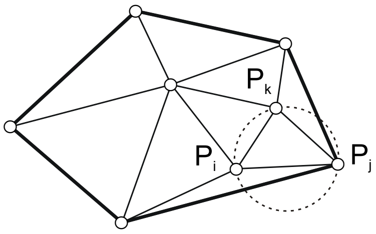


Abb. 2: Delaunay-Triangulation, Kriterium des leeren Umkreises durch die Punkte P_i,P_j,P_k

und es existieren mehrere Möglichkeiten zur Bildung der Dreiecke, die alle das Delaunay-Kriterium erfüllen. Die Eigenschaften der Delaunay-Triangulation bewirken, dass spitze Dreiecke mit kleinen Winkeln vermieden werden. Im Sinne der Graphentheorie ist der Delaunay Graph grundsätzlich ein planarer Graph (DE BERG & VAN KREVELD, 2000).

Die Implementierung eines Triangulations-Algorithmus setzt eine spezielle Datenstruktur voraus. MIDTBØ (1993) differenziert drei Arten von Datenstrukturen für Triangulationen: punkt-, kanten- und dreiecksbasierte Datenstrukturen. Bei der von GUIBAS & STOLFI (1983) vorgeschlagenen quad-edge Datenstruktur, einer kantenbasierten Datenstruktur, enthält jede Kante zwei Zeiger zu seinen inzidenten Punkten sowie vier Zeiger zu den adjazenten Kanten (vgl. die durch Pfeile dargestellten Zeiger in Abb. 3). Die Orientierung der Kanten ist bekannt, d.h. es ist festgelegt, welcher Punkt Anfangs- und welcher Endpunkt der Kante ist (SHEWCHUK, 1997). In Abb. 3 ist ein aus vier Dreiecken bestehendes Dreiecksnetz dargestellt. Die Kanten sind durch hellgraue Kreuze gekennzeichnet, das Dreiecksnetz ist verkleinert unten

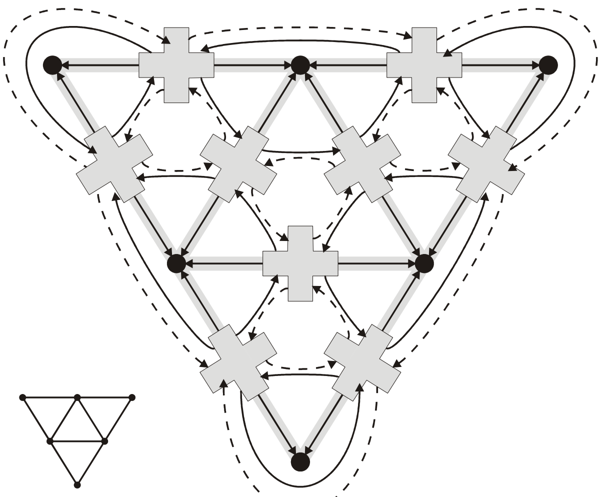


Abb. 3: Quad-edge Datenstruktur nach GUIBAS & STOLFI (1983); die Triangulation ist unten verkleinert dargestellt

links aufgeführt.

In der Literatur wird eine Vielzahl verschiedener Algorithmen beschrieben, die zur Berechnung einer Delaunay-Triangulation geeignet sind (SU & DRYSDALE, 1995; FORTUNE, 1995; AURENHAMMER & KLEIN, 1996). MIDTBØ (1993) nimmt eine Einteilung in statische und dynamische Triangulations-Algorithmen vor. Statisch bedeutet, dass die Triangulation erst gültig ist, wenn alle Punkte in das Dreiecksnetz eingefügt sind. Bis zu diesem Zeitpunkt ist nicht gewährleistet, dass das Delaunay-Kriterium erfüllt ist. Bei dynamischen Algorithmen wird das Delaunay-Kriterium von vornherein erfüllt. Die Punkte werden nacheinander in das Dreiecksnetz eingefügt und nach dem Einfügen jedes Punktes wird das Dreiecksnetz re-organisiert, um das Delaunay-Kriterium einzuhalten. Nachfolgend werden zwei in dieser Arbeit verwendete Algorithmen beschrieben.

Beim divide-and-conquer Algorithmus, einem statischen Triangulations-Algorithmus, wird die Punktmenge S nach aufsteigenden x-Koordinaten sortiert. Bei mehreren Punkten mit gleichen x-Koordinaten folgt zusätzlich eine Sortierung nach y. Die Punktmenge wird rekursiv halbiert, bis die so entstehenden Teilmengen aus zwei oder drei Punkten bestehen. Im Falle von zwei Punkten wird eine Kante, bei drei Punkten ein Dreieck gebildet. Die Kanten und Dreiecke werden dann zu einem Dreiecksnetz der Gesamtpunktmenge in der Weise zusammengefügt, dass jeweils das Delaunay-Kriterium erfüllt wird. Die grundlegenden geometrischen Operationen dieses Algorithmus bestehen aus der Bestimmung der Lage eines Punktes bezüglich einer Dreieckskante bzw. zu einem Kreis (GUIBAS & STOLFI, 1983).

Der divide-and-conquer Algorithmus geht davon aus, dass alle zu verwendenden Punkte von Beginn an bekannt sind. Ist dieses nicht der Fall, d.h. sind Punkte hinzuzufügen oder zu entfernen, sind dynamische Algorithmen zu verwenden. Bei inkrementellen Einfüge-Algorithmen wird mit einem initialen Dreiecksnetz begonnen. Dieses kann durch das umgebende Rechteck, bestehend aus zwei Dreiecken, oder durch eine bereits bestehende Triangulation gebildet werden. Das initiale Dreiecksnetz bildet die konvexe Hülle der Triangulation und enthält somit die einzufügenden Punkte im Inneren. Ein Punkt P_i wird dem Dreiecksnetz hinzugefügt, indem zunächst das Dreieck gesucht wird, das den Punkt enthält. Befindet sich der Punkt innerhalb des Dreiecks, wird P_i mit den Punkten des Dreiecks verbunden, sodass drei neue Dreiecke entstehen. Befindet sich P_i auf einer

Kante, wird diese aufgesplittet und es werden zwei Kanten von P_i zu den Punkten gebildet, die der ursprünglichen Kante gegenüber liegen. Das Delaunay-Kriterium ist nach dem Einfügen eines Punktes nicht zwangsläufig erfüllt. Um dieses sicherzustellen, werden die Kanten, die den neuen Dreiecken angehören, hinsichtlich des Delaunay-Kriteriums überprüft und ggf. umgeklappt. Die Überprüfung erfolgt rekursiv, da durch das Umklappen einer Kante weitere Kanten beeinflusst werden können (DE BERG & VAN KREVELD, 2000).

2.2.2 Bedingte Delaunay-Triangulation

Bei der bedingten Delaunay-Triangulation werden bestimmte Verbindungen zwischen zwei Punkten erzwungen. Diese so genannten Zwangskanten können Uferlinien von Gewässern oder Bruchkanten sein, die für die korrekte Beschreibung des Geländes von Bedeutung sind.

Um die bedingte Delaunay-Triangulation formal zu erläutern, wird zunächst der Begriff der Sichtbarkeit definiert (vgl. Abb. 4): S sei erneut eine Menge von n Punkten im $\Re^2$, P_i und P_j seien Punkte aus S. P_i heißt sichtbar zum Punkt P_j, wenn das Liniensegment $\overline{P_iP_j}$ keine Kanten oder Punkte der Triangulation schneidet (BERN & PLASSMANN, 2000). In Abb. 4 sind die Punkte P_i und P_j zueinander sichtbar.

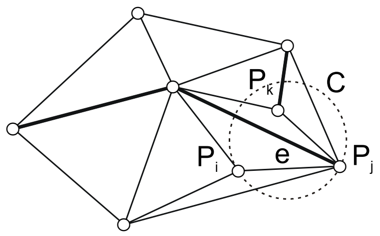


Abb. 4: Bedingte Delaunay-Triangulation

CHEW (1989) definiert die bedingte Delaunay-Triangulation wie folgt: G ist ein planarer Graph, der ausschließlich aus Zwangskanten besteht (Abb. 4, fett schwarz dargestellte Kanten). Eine Triangulation T nennt sich bedingte Delaunay-Triangulation (constrained Delaunay triangulation) von G, wenn jede Kante aus G eine Kante aus T ist und alle weiteren Kanten e aus T durch einen Umkreis C umschlossen werden, der die folgenden zwei Bedingungen erfüllt:

- die Endpunkte P_i und P_j von e befinden sich auf einem beliebigen Kreis C,
- befindet sich ein Punkt P_k aus G im Inneren von C, ist P_k höchstens zu einem Endpunkt von e sichtbar.

In Abb. 4 ist ein beliebiger Kreis C durch die Punkte P_i und P_j dargestellt, der den Punkt P_k enthält. P_k ist ausschließlich zu Punkt P_j sichtbar, aber nicht zu P_i.

Die bedingte Delaunay-Triangulation kann zum Beispiel mit Hilfe eines modifizierten divide-and-conquer Algorithmus berechnet werden (CHEW, 1989). Hierzu ist erforderlich, dass die Zwangskanten von vornherein bekannt sind. Ist dieses nicht der Fall, sind die Zwangskanten in ein bestehendes Dreiecksnetz zu integrieren, indem diejenigen Kanten des existierenden Dreiecksnetzes entfernt werden, die eine Zwangskante schneiden. Anschließend werden mit Hilfe einer Polygon-Triangulation (s. Abschnitt 2.2.4) die Polygone links und rechts der Zwangskante lokal trianguliert (SHEWCHUK, 1999).

2.2.3 Konforme Delaunay-Triangulation

Die bedingte Delaunay-Triangulation kann in dem Bereich der Zwangskanten zu sehr spitzen Dreiecken führen, sodass das Delaunay-Kriterium ggf. nicht mehr erfüllt ist. Durch Einfügen zusätzlicher Punkte, so genannte Steiner-Punkte, kann die Form der Dreiecke optimiert werden.

Bei einer konformen Delaunay-Triangulation werden die Zwangskanten durch Hinzufügen von Steiner-Punkten aufgesplittet, sodass jede ursprüngliche Zwangskante durch Kanten der sich aus den Eingangspunkten und den Steiner-Punkten ergebenden Delaunay-Triangulation repräsentiert wird. Eine eindeutig definierte konforme Delaunay-Triangulation gibt es nicht, Verfahren zur Berechnung einer konformen Delaunay-Triangulation unterscheiden sich hinsichtlich der Anzahl und der Position der eingefügten Steiner-Punkte (SAALFELD, 1990; EDELSBRUNNER & TAN, 1992).

RUPPERT (1995) schlägt einen Verfeinerungsalgorithmus vor. Der Algorithmus berechnet zunächst eine bedingte Delaunay-Triangulation (vgl. Abschnitt 2.2.2). Anschließend werden sukzessiv Steiner-Punkte in das Dreiecksnetz eingefügt, wobei das Einfügen nach zwei Kriterien vorgenommen wird (vgl. Abb. 5):

- Der diametrische Kreis einer Kante ist der kleinste die Kante umschließende Kreis. Enthält der diametrische Kreis einer Kante einen Punkt des Drei-

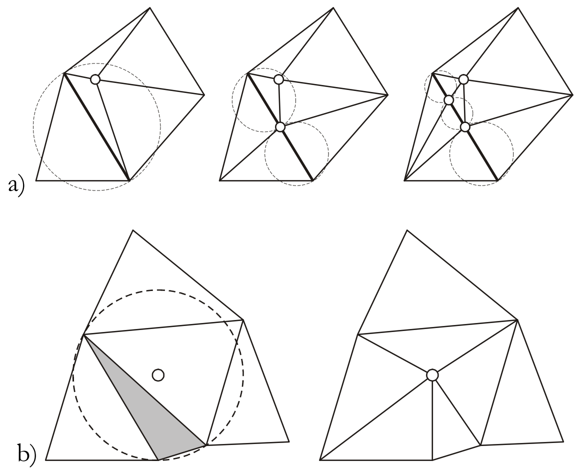


Abb. 5: Rupperts Verfeinerungsalgorithmus, a) rekursives Aufsplitten von Kanten, b) Aufsplitten von Dreiecken, nach SHEWCHUK (1996)

ecksnetzes, wird die Kante durch Einfügen eines Punktes im Kreismittelpunkt geteilt. Die entstehenden Teilkanten werden rekursiv überprüft und ggf. weiter unterteilt (Abb. 5a).

- Ein Dreieck, dessen kleinster Winkel einen zu definierenden minimalen Winkel a_{min} unterschreitet, wird durch Hinzufügen eines Steiner-Punktes im Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks unterteilt. Liegt dieser Punkt im diametrischen Kreis bereits existierender Kanten, wird dieser wieder entfernt und die betreffenden Kanten geteilt (Abb. 5b).

2.2.4 Polygon-Triangulation

Die Triangulation eines Polygons P mit der Eckpunktmenge S kann als Spezialfall einer Triangulation angesehen werden, bei der alle Kanten von P verwendet werden müssen und ansonsten nur solche Liniensegmente mit Endpunkten in S verwendet werden dürfen, die Diagonalen von P sind (KLEIN, 1997).

Ein Polygon P mit n Eckpunkten ist eine einfach geschlossene Kurve in der Ebene, die durch n Liniensegmente begrenzt wird. Die Liniensegmente verbinden jeweils zwei aufeinander folgende Punkte miteinander und begrenzen das Polygon nur dann, wenn zum Einen der Schnitt zweier adjazenter Liniensegmente der Punkt zwischen diesen Segmenten ist. Zum Anderen dürfen sich nicht-adjazente Liniensegmente nicht schneiden (O'ROURKE, 1998).

Eine Diagonale ist ein Liniensegment, dass zwei Punkte aus P miteinander verbindet. Zwei Punkte bilden eine Diagonale, wenn sie zueinander sichtbar sind, die Verbindung sich nicht außerhalb des Polygons befindet und nicht einem Liniensegment der Polygonbegrenzung entspricht. Jedes Polygon mit mehr als drei begrenzenden Liniensegmenten besitzt eine Diagonale (BERN & EPPSTEIN, 1992).

Bei einer Punktanzahl $n \geq 4$ besitzt das Polygon n-3 Diagonalen und wird durch Hinzufügen der Diagonalen in n-2 Dreiecke unterteilt (O'ROURKE, 1998). Handelt es sich um ein konvexes Polygon, so kann ein beliebiger Punkt der Eckpunktmenge S ausgewählt werden, der mit den n-3 Eckpunkten verbunden wird und die somit die Diagonalen bilden. Alle Punkte sind dann adjazent zu diesem Punkt.

O'ROURKE (1998) schlägt einen Algorithmus vor, der für konvexe und nicht-konvexe Polygone geeignet ist: Triangulation durch Entfernen so genannter *Ohren* (triangulation by ear removal). In einem Initialisierungsschritt wird in jedem Punkt des Polygons ermittelt, ob ein Ohr existiert. Ohr bedeutet, dass die zu einem Punkt adjazenten Punkte eine Diagonale bilden. In einem zweiten Schritt wird ein Punkt des Polygons als Startpunkt festgelegt. Existiert in dem Punkt ein Ohr, werden die adjazenten Punkte verbunden, sodass die sich ergebende Diagonale Bestandteil der Triangulation ist. In Abb. 6a ist ein nicht-konvexes Polygon dargestellt. In dem am weitesten links unten liegenden Punkt existiert ein Ohr, weil die zu diesem Punkt adjazenten Punkte durch eine Diagonale verbunden werden können (s. Abb. 6b). Nach dem Hinzufügen der Diagonalen werden die adjazenten Punkte erneut hinsichtlich der Existenz von Ohren überprüft. Anschließend wird der nächste zu bearbeitende Punkt festgelegt. Es wird, wie in Abb. 6 dargestellt, entgegen dem Uhrzeigersinn vorgegangen. Existiert in dem nächsten Punkt wiederum ein Ohr, wird erneut die Diagonale

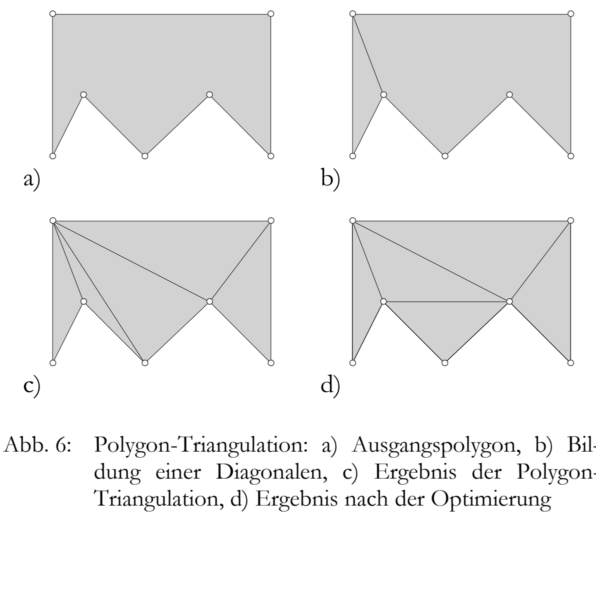


Abb. 6: Polygon-Triangulation: a) Ausgangspolygon, b) Bildung einer Diagonalen, c) Ergebnis der Polygon-Triangulation, d) Ergebnis nach der Optimierung

in das Dreiecksnetz eingeführt. Existiert kein Ohr, wird dem Umlaufsinn entsprechend der darauf folgende Punkt verwendet. Der Algorithmus ist beendet, wenn alle Diagonalen existieren, d.h. keine weiteren Punkte mit Ohren vorhanden sind.

Der zuvor beschriebene Algorithmus liefert kein eindeutiges Ergebnis, da je nach Startpunkt unterschiedliche Ergebnisse erzielt werden können. Um Eindeutigkeit des Ergebnisses zu gewährleisten, können Optimierungskriterien verwendet werden, auf deren Basis das Dreiecksnetz verändert wird. In Abb. 6d ist ein Ergebnis dargestellt, welches nach Durchführung einer Optimierung erzielt wurde, wobei als Optimierungskriterium die Maximierung des minimalen Dreieckwinkels eingeführt wurde. Dieses Kriterium entspricht dem Delaunay-Kriterium, doch ist nicht gewährleistet, dass dieses global eingehalten werden kann, da das Dreiecksnetz durch die Kanten des Polygons und nicht durch die konvexe Hülle der Punktmenge S begrenzt wird.

2.3 Skelettierung

Die Skelettierung dient zur Bestimmung der Mittelachse eines Polygons. Diese kann beispielsweise dazu genutzt werden, um aus einem flächenhaften Objekt ein linienförmiges Objekt zu erzeugen. Ein Polygon P wurde in Abschnitt 2.2.4 definiert. Die Mittelachse des Polygons, auch Skelett genannt (engl. medial axis, skeleton), ist die Punktmenge Q innerhalb von P, deren Punkte mindestens zwei Punkte auf der Polygon-Begrenzung besitzen, die äquidistant und nächst gelegen zu Q sind. Somit ist jeder Punkt der Mittelachse Mittelpunkt eines Kreises, der die Polygon-Begrenzung in mindestens zwei Punkten berührt (LEE, 1982; O'ROURKE, 1998). Ein geradliniges Skelett (engl. straight skeleton) besteht aus geraden Liniensegmenten, die Teile von Winkelhalbierenden der Polygon-Kanten sind. Das Innere des Polygons, dass durch n Liniensegmente begrenzt wird, wird in n monotone Polygone[3] aufgeteilt, eins für jede Kante von P (AICHHOLZER et al., 1995; AICHHOLZER et al., 1998).

Bei einem konvexen Polygon besteht kein Unterschied zwischen Skelett und geradlinigem Skelett. Im Gegensatz dazu enthält das Skelett eines nicht-konvexen Polygons parabolisch geformte Segmente, die beim geradlinigen Skelett vermieden werden. In Abb. 7 ist ein geradliniges Skelett (straight skeleton) eines nicht-konvexen Polygons dargestellt.

Ein Algorithmus zur Skelettierung wird LEE (1982) beschrieben. Algorithmen zur Erstellung von geradlinigen Skeletten stellen AICHHOLZER et al. (1995) und FELKEL & OBDRŽÁLEK (1998) vor.

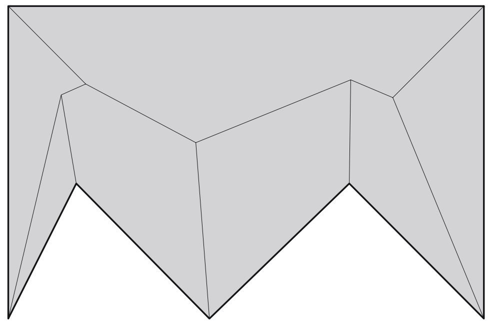


Abb. 7: Geradliniges Skelett (straight skeleton) eines nicht-konvexen Polygons, nach FELKEL & OBDRŽÁLEK (1998)

2.4 Nachbarschaft

In diesem Abschnitt wird zunächst die Punktnachbarschaft definiert, die auf unterschiedliche Weise realisiert werden kann. Darauf folgend werden allgemeine räumliche Beziehungen zwischen Objekten erläutert. Die Definitionen beschränken sich auf die Darstellung im $\Re^2$.

2.4.1 Punktnachbarschaft

Die Nachbarschaft eines Punktes P_i im $\Re^2$ wird durch die Punktmenge definiert, die sich einer bestimmten Regel entsprechend in der Nähe von P_i befindet. (MÜLLER & WÖLPERT, 1976).

Häufig erfolgt die Definition der Nachbarschaft rein geometrisch mit Hilfe der euklidischen Distanz. Diese spezifiziert den Radius eines Kreises um den Punkt, in dessen Inneren sich die benachbarten Punkte befinden. Für verschiedene Punkte P_i wird die jeweils gleiche Anzahl n von Punktnachbarn ermittelt, wenn die zu P_i benachbarten Punkte nach der Entfernung sortiert und die ersten n Punkte ausgewählt werden. Wird der Bereich um P_i in Winkelsektoren eingeteilt und werden innerhalb der Sektoren die ersten n Punkte verwendet, wird eine gleichmäßige Verteilung in alle Richtungen erzielt.

Liegt eine Punktmenge in Form eines Dreiecksnetzes vor, können geeignete Regeln mit Hilfe der Dreiecks-

3 Ein Polygon P heißt monoton bzgl. einer Geraden l, wenn l das Polygon in maximal zwei Punkten schneidet (O'Rourke, 1998).

Topologie aufgestellt werden. Die einfachste Definition ist die der natürlichen Nachbarn (natural neighbours): hierbei sind diejenigen Punkte Nachbarn des Punktes P_i, die mit P_i durch eine Dreieckskante verknüpft sind (SIBSON, 1980; SIBSON, 1981). PFEIFER (2002) nennt dieses die Nachbarschaft der Generation 1 (neighbourhood of generation 1). Ein Punkt ist in Bezug zu dem Punkt P_i ein Nachbar der Generation n, wenn er mit P_i durch eine minimale Anzahl von n Kanten des Dreiecksnetzes verbunden ist. Aus der Sicht der Graphentheorie bedeutet dieses, dass sich der kürzeste Weg zu P_i durch n Kanten ergibt.

2.4.2 Topologische Relationen

Im Allgemeinen kann die topologische Beziehung zwischen zwei beliebigen Objekten A und B mit Hilfe der 9-Schnittmengen-Methode (9-intersection method) untersucht werden (EGENHOFER & HERRING, 1991). In dem Modell wird ein Objekt in drei Komponenten partitioniert: das Objektinnere (A°, B°), der Objektrand ($\partial A, \partial B$) sowie das Äußere des Objektes (A^-, B^-). Die Schnittmengen beider Objekte werden in einer Matrix zusammengefasst, die aus $3^2 = 9$ Elementen besteht:

$$R(A,B) = \begin{bmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

Die Matrix (2.2) wird als 9-Schnittmenge (9-intersection) bezeichnet. Die Elemente können als leere oder nichtleere Menge ausgewertet werden (Ø bzw. ¬Ø), sodass es $2^9 = 512$ mögliche Beziehungen zwischen zwei Objekten gibt. Nicht alle Beziehungen sind topologisch möglich. So können zum Beispiel bei punktförmigen Objekten die Schnittmengen zwischen den Objekträndern ∂A und ∂B sowie zwischen dem Rand ∂A und dem Äußerem B^- nicht gleichzeitig existieren. Dieses würde bedeuten, dass sich die Punkte zum Einen entsprechen würden, zum Anderen wiederum nicht (MOLENAAR, 1998).

Die topologische Beziehung zwischen einem punktförmigen und einem flächenförmigen Objekt lässt sich auf drei mögliche Relationen reduzieren. Der Punkt kann sich auf dem Rand des Objektes befinden, er liegt im Objektinneren oder er befindet sich außerhalb des Objektes.

Sind beide Objekte flächenförmig, existieren 8 mögliche Beziehungen. Abb. 8 stellt diese Beziehungen einschließlich der Elemente der 9-Schnittmenge in Form einer Graphik dar. Die 9-Schnittmenge legt die topologischen Relationen beider Objekte eindeutig fest. Deren geometrischen Beziehungen zueinander können erst anhand der gemeinsamen Punkte, Linien und Flächen interpretiert werden (MOLENAAR, 1998).

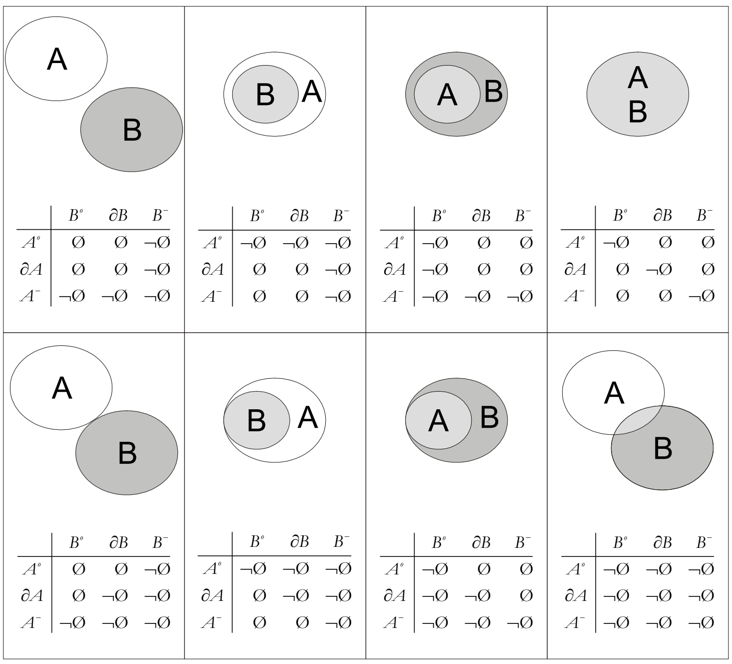


Abb. 8: Geometrische Interpretation der 8 topologischen Relationen zwischen zwei zusammenhängenden geschlossenen Objekten, nach EGENHOFER & HERRING (1991)

2.5 Mathematische Optimierung

KÜNZI et al. (1967) fassen unter der mathematischen Optimierung eine Reihe von Methoden zusammen, die geeignet sind, Systeme hinsichtlich einer vorher definierten Zielgröße – der Zielfunktion – und gewissen Nebenbedingungen – den Restriktionen – zu optimieren. Dabei werden diese Methoden nicht auf das System selbst, sondern auf eine modellhafte Nachbildung des Systems angewendet. Ein spezielles Anwendungsproblem wird demnach in zwei Arbeitsschritte unterteilt, nämlich die Modellierung des Problems in mathematischer Form und die Lösung des mathematischen Problems (JARRE & STOER, 2004).

Die Modellbildung liefert Systeme mit Unbekannten $\boldsymbol{x}$[4], die den Restriktionen in Form von Gleichungen und Ungleichungen genügen müssen:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) &= \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) &\leq \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Das System lässt sich durch die Wahl von $\boldsymbol{x}$ steuern. Das Verhalten des Systems wird durch eine reelle Zielfunktion φ bewertet, die von $\boldsymbol{x}$ abhängt und die durch eine geeignete Wahl von $\boldsymbol{x}$ optimiert werden soll:

$$\varphi = f(\boldsymbol{x}) \tag{2.4}$$

Jeder Vektor $\boldsymbol{x}$, der die Restriktionen (2.3) erfüllt, heißt zulässige Lösung des Problems. Die gesuchte Lösung heißt Optimallösung. Diese ist diejenige Lösung, für die φ minimal bzw. maximal wird.

Mathematische Optimierungsprobleme können in Lineare und Nichtlineare Optimierungsprobleme unterteilt werden. Wird in (2.3) und (2.4) Linearität vorausgesetzt, spricht man von Linearen Problemen. Hierfür stehen ausgereifte Lösungsverfahren wie das Simplex-Verfahren zur Verfügung (DOMSCHKE & DREXL, 2004; KÜNZI et al., 1967). Nichtlineare Optimierungsprobleme werden wiederum in stochastische und deterministische Probleme unterteilt. Bezeichnen die Variablen $\boldsymbol{x}$ stochastische Größen, handelt es sich um ein stochastisches Optimierungsproblem. Deterministische Optimierungsprobleme können mit Hilfe der Nichtlinearen Programmierung gelöst werden.

Eine in der Geodäsie weit verbreitete Methode der mathematischen Optimierung stellt die Ausgleichungsrechnung dar. Abschnitt 2.5.1 beschreibt den Ansatz zur Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen. Ein Schätzverfahren in diesem Modell stellt die von GAUß (1809) formulierte Methode der kleinsten Quadrate dar (Abschnitt 2.5.2). Hierbei handelt es sich um ein Quadratisches Minimierungsproblem. Die Zielfunktion hängt quadratisch von den Parametern ab, Restriktionen gibt es nicht. Sind Restriktionen zu berücksichtigen, kann das in Abschnitt 2.5.1 eingeführte Modell um Nebenbedingungen erweitert werden. Abschnitt 2.5.3 geht auf die Ausgleichung mit Restriktionen in Form von Gleichungen ein. Vor der Einführung von Ungleichungsrestriktionen im Zuge der Ausgleichungsrechnung werden das Problem der Quadratischen Programmierung (Abschnitt 2.5.4) sowie das Lineare Komplementaritätsproblem (Abschnitt 2.5.5) erläutert. Die Ausgleichung mit Ungleichungsrestriktionen kann auf ein Quadratisches Programm bzw. auf ein Lineares Komplementaritätproblem zurückgeführt werden (Abschnitt 2.5.6).

2.5.1 Ansatz zur Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen

Bei der *Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen*, auch *parametrische Ausgleichung* genannt, werden Beobachtungen $\tilde{\boldsymbol{L}}$ als Funktionen der zu schätzenden Parameter $\tilde{\boldsymbol{X}}$[5] dargestellt (NIEMEIER, 2002; KOCH, 1997; BJÖRCK, 1996):

$$\tilde{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{f}(\tilde{\boldsymbol{X}}) \tag{2.5}$$

$\tilde{\boldsymbol{L}}$ enthält n Elemente, $\tilde{\boldsymbol{X}}$ ist ein Vektor der Dimension u. Um eine Ausgleichungsaufgabe handelt es sich, wenn n>u, d.h. wenn das Gleichungssystem überbestimmt ist und somit mehr Beobachtungen vorliegen, als zur Bestimmung der Parameter erforderlich sind. Die Beziehung (2.5) wird als *funktionales Modell* des Ausgleichungsproblems bezeichnet, wobei eine lineare funktionale Beziehung zwischen Beobachtungen und Parametern vorausgesetzt wird. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, ist eine Linearisierung durchzuführen. Hierzu ist die Einführung eines Vektors von Näherungswerten $\boldsymbol{X}^0$ erforderlich, sodass sich die geschätzten Parameter $\tilde{\boldsymbol{X}}$ wie nachfolgend aufgeführt ergeben:

4 Fett dargestellte Bezeichnungen kennzeichnen Vektoren und Matrizen.

5 Wahre Beobachtungen und Parameter werden durch eine Tilde (~) gekennzeichnet.

$$\widetilde{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{X^0} + \widetilde{\boldsymbol{x}} \tag{2.6}$$

$\widetilde{\boldsymbol{x}}$ stellt dabei den Vektor der gekürzten Parameter dar. Die Funktion $\boldsymbol{f}(\widetilde{\boldsymbol{X}})$ in (2.5) wird dann mit Hilfe einer Taylor-Reihe entwickelt, wobei die Entwicklung aufgrund der gewünschten Linearität auf Glieder 1. Ordnung beschränkt bleibt:

$$\boldsymbol{f}(\widetilde{\boldsymbol{X}}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X^0}) + \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X^0}} \widetilde{\boldsymbol{x}} \tag{2.7}$$

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X^0})$ kennzeichnet den Vektor der genäherten Beobachtungen, der mit $\boldsymbol{L^0}$ bezeichnet und an der Position des genäherten Parametervektors $\boldsymbol{X^0}$ ermittelt wird. Die partiellen Ableitungen der Beobachtungen nach den zu schätzenden Parametern werden in der Koeffizienten- oder Designmatrix $\boldsymbol{A}$ zusammengefasst, die n Zeilen und u Spalten besitzt:

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X^0}} \tag{2.8}$$

Mit diesen Beziehungen ergibt sich aus (2.7):

$$\widetilde{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{L^0} + \boldsymbol{A}\widetilde{\boldsymbol{x}} \tag{2.9}$$

Durch Einführung des gekürzten Beobachtungsvektors $\widetilde{\boldsymbol{l}} = \widetilde{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{L^0}$ wird daraus das *linearisierte funktionale Modell*:

$$\widetilde{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{A}\widetilde{\boldsymbol{x}} \tag{2.10}$$

(2.5) bzw. (2.10) gelten streng nur für wahre Beobachtungen und Parameter. Die tatsächlichen Beobachtungen führen in der Regel zu einem inkonsistenten Gleichungssystem, was durch Einführung eines Vektors von Verbesserungen $\boldsymbol{v}$ kompensiert wird. Da die wahren Werte der Parameter nicht bekannt sind, werden diese durch die in der Ausgleichung ermittelten Werte[6] ersetzt:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{l}} &= \boldsymbol{l} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} \\ \boldsymbol{v} &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{l} \end{aligned} \tag{2.11}$$

mit

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{L} - \boldsymbol{L^0} \tag{2.12}$$

(2.11) stellen die *linearisierten Verbesserungs-* oder *Beobachtungsgleichungen* dar. $\boldsymbol{L}$ ist der Vektor der Beobachtungen.

6 Die in der Ausgleichung ermittelten, also geschätzten Werte werden durch ein Dach (^) gekennzeichnet.

Die stochastischen Eigenschaften des Beobachtungsvektors $\boldsymbol{L}$ werden durch die Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{LL}$ beschrieben. Die Hauptdiagonale dieser Matrix mit n Zeilen und Spalten enthält die Varianzen σ_i^2 der Beobachtungen L_i. Die Elemente neben der Hauptdiagonalen enthalten die Kovarianzen zwischen den Beobachtungen L_i und L_j, aus ihnen können Informationen über Korrelationen zwischen den Beobachtungen abgeleitet werden. Die Matrix stellt das *stochastische Modell* des Ausgleichungsproblems dar. Zumeist sind die Korrelationen zwischen den Beobachtungen nicht bekannt, sodass sich als Kovarianzmatrix eine Diagonalmatrix ergibt. Durch Division durch die Varianz der Gewichtseinheit σ_0^2 wird die Kovarianzmatrix in die Kofaktormatrix überführt. Diese enthält die Genauigkeitsrelationen zwischen den Beobachtungen:

$$\boldsymbol{Q}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2}\boldsymbol{\Sigma}_{LL} \tag{2.13}$$

Die Kovarianzmatrix ist positiv definit[7] und somit auch regulär. Dieses gilt auch für die Kofaktormatrix, da sie sich von $\boldsymbol{\Sigma}_{LL}$ nur durch einen konstanten Faktor unterscheidet. $\boldsymbol{Q}_{LL}$ ist somit regulär, der Rang der Matrix ist $rg\boldsymbol{Q}_{LL} = \mathbf{n}$ und es existiert die Inverse $\boldsymbol{Q}_{LL}^{-1}$:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{Q}_{LL}^{-1} \tag{2.14}$$

$\boldsymbol{P}$ wird als Gewichtsmatrix bezeichnet (KOCH, 1997). (2.11) in Verbindung mit (2.14) wird als *Gauß-Markov-Modell* bezeichnet.

2.5.2 Methode der kleinsten Quadrate

Eine Möglichkeit, Parameter innerhalb einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen zu schätzen, bietet die *Methode der kleinsten Quadrate*, auch *Schätzung nach L2-Norm* genannt (NIEMEIER, 2002; KOCH, 1997; BJÖRCK, 1996). Ziel ist es, unter Berücksichtigung des stochastischen Modells (2.14) die gewichtete Quadratsumme der Verbesserungen zu minimieren:

$$\begin{aligned} f(\hat{\boldsymbol{x}}) &= \boldsymbol{v}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{v} \rightarrow \min \\ &= (\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{l})^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{l}) \rightarrow \min \end{aligned} \tag{2.15}$$

7 Eine symmetrische Matrix $\boldsymbol{A}$ bezeichnet man als positiv definit, wenn $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} > \boldsymbol{0}$ für alle $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ und als positiv semi-definit, wenn $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$ für alle $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ (Koch, 1997).

Die partielle Differentiation von (2.15) nach $\hat{\boldsymbol{x}}$ und Nullsetzen der erhaltenen Gleichungen führt zu den *Normalgleichungen* der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}} &= \left(\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{l} \\ &= \boldsymbol{N}^{-1} \boldsymbol{n}\end{aligned} \tag{2.16}$$

$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A}$ wird als Normalgleichungsmatrix mit u Zeilen und Spalten und $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{l}$ als Absolutgliedvektor mit u Elementen bezeichnet. Die Ermittlung von $\hat{\boldsymbol{x}}$ setzt voraus, dass die Inverse $\boldsymbol{N}^{-1}$ existiert, was wiederum eine spaltenreguläre Matrix $\boldsymbol{A}$ voraussetzt. $\boldsymbol{A}$ muss somit vollen Spaltenrang $rg\,\boldsymbol{A} = \mathrm{u}$ besitzen.

Sind die funktionalen Beziehungen zwischen den Beobachtungen und den zu schätzenden Parametern nicht linear, wird eine Linearisierung nach (2.7) durchgeführt. Dieses setzt voraus, dass die Funktionen hinreichend stetig, mindestens einmal stetig differenzierbar und die Näherungswerte der zu schätzenden Parameter $\boldsymbol{X^0}$ ausreichend genau sind. Während die beiden erstgenannten Bedingungen in der Regel eingehalten werden können, wird bei Nichterfüllung der dritten Bedingung iterativ vorgegangen, d.h. die ermittelten Parameter gehen als Näherungswerte in die jeweils nächste Iteration ein, bis ein vorab zu spezifizierendes Abbruchkriterium erfüllt ist. Das Verfahren wird als *klassisches Gauß-Newton-Verfahren* bezeichnet. Eine geeignete Abbruchbedingung stellt z.B. das Parameterkriterium dar, dass die Differenz der ermittelten Parameter zweier aufeinander folgender Iterationen überprüft. Hinreichend gute Näherungswerte sind Voraussetzung für die Konvergenz des Verfahrens (NIEMEIER, 2002).

2.5.3 Ausgleichung mit Gleichungsrestriktionen

Ausgehend von der Methode der kleinsten Quadrate gilt es, die in (2.15) definierte Zielfunktion zu minimieren, wobei ein System von linearen Restriktionen zwischen den zu schätzenden Parametern zu berücksichtigen ist:

$$\begin{aligned}f(\hat{\boldsymbol{x}}) &= \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{v} \rightarrow min \\ &= \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P} \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right) \rightarrow min\end{aligned} \tag{2.17}$$

Restriktionen:

$$\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* = \boldsymbol{b} \tag{2.18}$$

Anstelle des Vektors $\hat{\boldsymbol{x}}$ in (2.15) wird in (2.17) der Parametervektor $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ eingeführt. Hierdurch soll verdeutlicht werden, dass sich die geschätzten Parameter unter Berücksichtigung von Restriktionen in der Regel von denen unterscheiden, die sich durch eine Ausgleichung ohne Restriktionen ergeben. Die weiteren Vektoren und Matrizen in (2.17) sind bereits in Abschnitt 2.5.1 erläutert worden. In (2.18) bezeichnet $\boldsymbol{H}$ eine Matrix mit r Zeilen und u Spalten, die die partiellen Ableitungen der Restriktionen nach den zu schätzenden Parametern enthält. Der Vektor $\boldsymbol{b}$ enthält die Absolutglieder, er umfasst r Elemente. Das System der Restriktionen besteht somit aus r Gleichungen.

Zur Bestimmung der Parameter wird die Lagrange-Hilfsfunktion L aufgestellt:

$$\begin{aligned}&L\left(\hat{\boldsymbol{x}}^*, \hat{\boldsymbol{\lambda}}\right) \\ &= \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right) + 2\hat{\boldsymbol{\lambda}}^T\left(\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{b}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{x}}^{*T} \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}^* - 2\hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{n} + \boldsymbol{l}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{l} \\ &\quad + 2\hat{\boldsymbol{\lambda}}^T\left(\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{b}\right)\end{aligned} \tag{2.19}$$

Hierin bezeichnet $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ den Vektor der *Lagrange Multiplikatoren*, der r Elemente enthält. $\boldsymbol{N}$ und $\boldsymbol{n}$ sind die bereits in Abschnitt 2.5.2 eingeführte Normalgleichungsmatrix bzw. der Absolutgliedvektor der Normalgleichungen. (2.19) partiell nach $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ und $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ abgeleitet ergibt:

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{n} + \boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{0} \tag{2.20}$$

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{\partial L}{\partial \lambda} = \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0} \tag{2.21}$$

(2.20) und (2.21) führen zu den Normalgleichungen der unbekannten Parameter und dem Vektor der Lagrange-Multiplikatoren:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{H^T} \\ \boldsymbol{H} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}^* \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{b}\end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Durch Auflösung dieser Gleichungen können die Parameter

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}^* = \\ &\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\right)^{-1}\left(\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{b}\right)\end{aligned} \tag{2.23}$$

sowie deren Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}^*\hat{x}^*} = \\ &\sigma_0^2\left(\boldsymbol{N}^{-1} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\right)^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\right)\end{aligned} \tag{2.24}$$

ermittelt werden (KOCH, 1997). Die Lagrange-Multiplikatoren $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ werden nicht weiter benötigt, sodass deren Bestimmungsgleichung nicht aufgeführt wird.

KOCH (1997) hat gezeigt, dass das Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen in das Modell (2.11) ohne Restriktionen überführt werden kann. Voraussetzung ist, dass die Restriktionen durch Beobachtungen ausgedrückt werden, die sehr kleine Varianzen und somit sehr große Gewichte besitzen. Die Varianz ist so klein zu wählen, dass die Beobachtung, welche die Restriktion repräsentiert, nahezu eingehalten wird, was durch die Verbesserung, die mit Hilfe von (2.11) ermittelt wird, kontrolliert werden kann. Die Varianz muss dennoch groß genug gewählt werden, um eventuell auftretende numerische Probleme zu vermeiden.

2.5.4 Quadratische Programmierung (QP)

Ein *quadratisches Programm* bzw. das Problem der *quadratischen Programmierung (QP)* besteht darin, eine quadratische Zielfunktion

$$f(\boldsymbol{x}) = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \tag{2.25}$$

unter linearen Nebenbedingungen

$$\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{b} \tag{2.26}$$

$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{2.27}$$

zu minimieren (MARTI & GRÖGER, 2000; MURTY, 1988). $\boldsymbol{Q}$ ist eine symmetrische Matrix mit u Zeilen und Spalten. $\boldsymbol{c}$ ist ein Spaltenvektor mit u Elementen, $\boldsymbol{A}$ ist eine Matrix mit r Zeilen und u Spalten und $\boldsymbol{b}$ ist der Vektor der Absolutglieder der Dimension r. $\boldsymbol{x}$ ist der Parametervektor, dieser enthält u Elemente. Es wird vorausgesetzt, dass $\mathrm{r} \leq \mathrm{u}$ ist und $\boldsymbol{A}$ vollen Zeilenrang $rg\,\boldsymbol{A} = \mathrm{r}$ besitzt.[8]

Entspricht $\boldsymbol{Q}$ der Nullmatrix, geht das quadratische Programm (2.25) in ein lineares Programm über. Die Zielfunktion ist in diesem Fall linear von den u Elementen des Vektors $\boldsymbol{x}$ abhängig. In vielen Fällen wird auf die Nichtnegativitätsbedingung (2.27) verzichtet.

8 Die Bezeichnungen der Vektoren und Matrizen entsprechen teilweise denen der Abschnitte 2.5.1 bis 2.5.3. Die hier eingeführte Matrix A ist nicht mit der Koeffizienten- oder Designmatrix zu verwechseln, der Vektor b entspricht nicht dem Vektor der Absolutglieder der Gleichungsrestriktionen (2.18). Die Bezeichnungen in diesem Abschnitt wurden so gewählt, weil dieses die in der Literatur üblichen Bezeichnungen sind.

Ist die Matrix $\boldsymbol{Q}$ positiv semi-definit, so ist die Zielfunktion $f(\boldsymbol{x})$ konvex und $\boldsymbol{x}$ stellt eine globale Lösung des Problems dar. Ist $\boldsymbol{Q}$ positiv definit, ist die Zielfunktion streng konvex und $\boldsymbol{x}$ ist eindeutig bestimmbar. In diesem Fall stellt (2.25) einschließlich (2.26) und (2.27) ein konvexes Programm dar (FLETCHER, 2000).

2.5.5 Lineares Komplementaritätsproblem

COTTLE et al. (1992) und MURTY (1988) beschreiben das Lineare Komplementaritätsproblem (engl. Linear Complementarity Problem, LCP) als Problem, einen Vektor $\boldsymbol{z}$ mit r Elementen zu finden, der folgende Bedingungen erfüllt:

$$\boldsymbol{z} \geq \boldsymbol{0} \tag{2.28}$$

$$\boldsymbol{q} + \boldsymbol{M}\,\boldsymbol{z} \geq \boldsymbol{0} \tag{2.29}$$

$$\boldsymbol{z}^T(\boldsymbol{q} + \boldsymbol{M}\,\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{0} \tag{2.30}$$

$\boldsymbol{M}$ ist eine quadratische Matrix mit r Zeilen und Spalten. $\boldsymbol{q}$ ist ein Spaltenvektor mit r Elementen. Gleichung (2.30) kann als Zielfunktion eines quadratischen Programms aufgefasst werden (vgl. Abschnitt 2.5.4). Die Nebenbedingungen ergeben sich durch (2.28) und (2.29) (COTTLE et al., 1992).

Ein Vektor $\boldsymbol{z}$, der die Ungleichungen (2.28) und (2.29) erfüllt, heißt zulässig. Wenn ein zulässiger Vektor $\boldsymbol{z}$ die Ungleichungen streng erfüllt, wird der Vektor als streng zulässig bezeichnet. In der Literatur wird häufig durch Einführung des Vektors $\boldsymbol{w}$ eine vereinfachte Schreibweise vorgenommen:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{q} + \boldsymbol{M}\,\boldsymbol{z} \tag{2.31}$$

Ein zulässiger Vektor $\boldsymbol{z}$ erfüllt die Bedingung (2.30), wenn gilt:

$$z_i w_i = 0 \;\forall\, i = 1,\ldots,r \tag{2.32}$$

Die Bedingung (2.32) wird häufig anstelle von (2.30) genutzt (FRITSCH, 1985). Die Variablen z_i und w_i werden komplementäres Paar genannt. Ist ein Element w_i größer als Null, muss das komplementäre Element z_i verschwinden und umgekehrt. Zwei Elemente w_i und z_i dürfen nie gleichzeitig verschwinden.

2.5.5.1 Existenz und Eindeutigkeit der Lösung

Eine symmetrische positiv definite Matrix $\boldsymbol{M}$ gehört der Klasse der *P-Matrizen* an (LÜTHI, 1976; SCHÄFER, 2004).

P-Matrizen sind Matrizen, deren Hauptminoren positiv sind. Hauptminoren sind die Determinanten der Matrizen $\boldsymbol{M}_k$ der quadratischen Matrix $\boldsymbol{M}$, die sich durch Streichung der (r-k) rechtesten Spalten und (r-k) untersten Zeilen ergeben (HEALY, 2000)[9]. Ist $\boldsymbol{M}$ eine P-Matrix, besitzt das Lineare Komplementaritätsproblem eine eindeutige komplementäre Lösung für alle $q \in \Re^r$ (MURTY, 1988; COTTLE et al., 1992).

Eine positiv semi-definite Matrix gehört der Klasse der *Copositiv-Plus-Matrizen* an (CPP-Matrizen) (LÜTHI, 1976). Eine Matrix $\boldsymbol{M}$ ist copositiv-plus, wenn gilt:

$$\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{M x} \geq \boldsymbol{0} \, \forall \, \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \, , \tag{2.33}$$

und wenn aus $\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{M x} = \boldsymbol{0} \, \forall \, \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$ folgt (LÜTHI, 1976; COTTLE et al., 1992):

$$\left(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}^T\right)\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \tag{2.34}$$

Matrizen, die die Bedingung (2.33) erfüllen, sind copositiv.

Ist $\boldsymbol{M}$ eine Copositiv-Plus-Matrix und besitzen die Bedingungen (2.28) und (2.29) eine zulässige Lösung, so besitzt das LCP eine eindeutige komplementäre Lösung (MURTY, 1988). Im Gegensatz dazu führt das LCP nicht zu einer Lösung, wenn die Copositiv-Plus-Matrix $\boldsymbol{M}$ unzulässige Nebenbedingungen (2.28) und (2.29) besitzt (MURTY, 1988).

2.5.5.2 Lösung des Linearen Komplementaritätsproblems

Das LCP kann durch eine Vielzahl von Algorithmen gelöst werden. So existieren so genannte *Complementary Pivot Algorithms*, wie zum Beispiel der Lemke-Algorithmus (LEMKE, 1968). Dieser kann bei positiv definiter und positiv semi-definiter Matrix $\boldsymbol{M}$ angewendet werden. Für *Principal Pivoting Methods* existieren Lösungen, denen P-Matrizen zugrunde liegen. Genannt seien hier die Methode von *Graves* sowie der *Cottle-Dantzig Algorithmus* (COTTLE & DANTZIG, 1968). Eine weitere Klasse von Algorithmen bilden die iterativen Verfahren. Hier werden Algorithmen unterschieden, die auf positiv definiten Matrizen oder auf allgemeinen symmetrischen Matrizen basieren. MURTY (1988) gibt einen Überblick über verschiedene Algorithmen, die bis Ende der 80er Jahre entwickelt wurden und in der Praxis eingesetzt werden. Weitere Algorithmen speziell für P-Matrizen werden zum Beispiel von MORRIS (2002) und SCHÄFER (2004) vorgestellt.

In dieser Arbeit wird der Lemke-Algorithmus verwendet (LEMKE, 1968), da alle der hier vorkommenen Matrizen $\boldsymbol{M}$ mit Hilfe dieses Algorithmus bearbeitet werden können (vgl. Kapitel 4). Zudem existiert ein Fortran Quellcode, der in die Programmiersprache C++ umgesetzt werden konnte.

Das Lineare Komplementaritätsproblem enthält 2r unbekannte Elemente, von denen r Elemente Null sind. Diese Elemente stellen die Nichtbasisvariablen dar. Die r Basisvariablen sind aufgrund von (2.28) bis (2.30) größer als Null. Allgemein kann das lineare Gleichungssystem (2.31) gelöst werden, indem es mit Hilfe Gauß-Jordan'scher Eliminationsschritte so umgestellt wird, dass nach einer endlichen Anzahl von Schritten die Nichtbasisvariablen Null sind und gleichzeitig $\boldsymbol{q}$ nur noch positive Elemente enthält. Sind von Beginn an alle Elemente des Vektors $\boldsymbol{q}$ größer als Null, ergibt sich die triviale Lösung:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{q} \wedge \boldsymbol{z} = \boldsymbol{0} \tag{2.35}$$

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Lemke-Algorithmus wird neben den Unbekannten $\boldsymbol{w}$ und $\boldsymbol{z}$ zusätzlich eine künstliche Variable z_0 mit $z_0 \geq 0$ eingeführt. Somit ergibt sich folgendes Gleichungssystem, worin $\boldsymbol{e}$ den Einsvektor kennzeichnet:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{q} + \boldsymbol{M}\,\boldsymbol{z} + z_0\,\boldsymbol{e} \tag{2.36}$$

In einem ersten Schritt wird das minimale Element q_{min} des Vektors $\boldsymbol{q}$ ermittelt, welches im Falle einer nicht-trivialen Lösung negativ ist. z_0 wird mit $-q_{min}$ initialisiert, sodass z_0 positiv ist. Wäre q_{min} positiv, entspräche das der trivialen Lösung (2.35). Weil z_0 und $\boldsymbol{q}$ addiert werden, sind alle $q_i + z_0$ positiv. In den weiteren Schritten wird dann das Gleichungssystem (2.31) so umgeformt, dass z_0 verschwindet und der Vektor $\boldsymbol{q}$ positiv bleibt. Weitere Details zur Umformung des Gleichungssystems können LÜTHI (1976) und FRITSCH (1985) entnommen werden.

2.5.6 Ausgleichung mit Ungleichungsrestriktionen

In Analogie zu Abschnitt 2.5.3 soll bei der Ausgleichung mit Ungleichungsrestriktionen die Zielfunktion (2.17)

[9] Abweichend von dieser Definition werden in einigen Publikationen nicht die Determinanten der Submatrizen als Hauptminoren bezeichnet, sondern die Submatrizen selbst (s. Zurmühl & Falk, 1997).

minimiert werden, wobei lineare Ungleichungsrestriktionen zu berücksichtigen sind. Die Zielfunktion wird der Vollständigkeit halber hier noch einmal aufgeführt:

$$\begin{aligned} f(\hat{\boldsymbol{x}}) &= \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{v} \rightarrow min \\ &= \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right) \rightarrow min \end{aligned}$$

Die Ungleichungsrestriktionen lauten:

$$\boldsymbol{H}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* \leq \boldsymbol{b} \tag{2.37}$$

Das Problem stellt ein Quadratisches Programm dar (vgl. (2.25) in Abschnitt 2.5.4), was durch Ausmultiplizieren von (2.17) deutlicht wird:

$$\begin{aligned} f(\hat{\boldsymbol{x}}) &= \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{v} \\ &= \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{N}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* - 2\hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{n} + \boldsymbol{l}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{l} \\ &= \tfrac{1}{2}\hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{N}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* - \hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{n} + \gamma \end{aligned} \tag{2.38}$$

Die Ungleichungsrestriktionen (2.37) können durch Multiplikation mit minus eins in die Form (2.26) gebracht werden. Auf die Nichtnegativitätsbedingung (2.27) wird verzichtet.

2.5.6.1 Von der Ausgleichung mit Ungleichungsrestriktionen zum LCP

Mit Hilfe so genannter *Schlupfvariablen* $\hat{\boldsymbol{z}}$ [10] wird das System der Ungleichungen (2.37) in Gleichungen überführt:

$$\boldsymbol{H}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* + \hat{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{b} \tag{2.39}$$

mit

$$\hat{\boldsymbol{z}} \geq \boldsymbol{0} \tag{2.40}$$

$$\hat{\boldsymbol{z}}^T = [\hat{z}_1^2 \quad \hat{z}_2^2 \quad \ldots \quad \hat{z}_r^2]^T \tag{2.41}$$

Unter Verwendung der Zielfunktion (2.17) und den Restriktionen (2.39) wird die Lagrange-Hilfsfunktion L gebildet:

$$\begin{aligned} &L\left(\hat{\boldsymbol{x}}^*, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, \hat{z}_1, \ldots, \hat{z}_r\right) \\ &= \left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{l}\right) + 2\hat{\boldsymbol{\lambda}}^T\left(\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* + \hat{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{b}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{N}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* - 2\hat{\boldsymbol{x}}^{*T}\boldsymbol{n} + \boldsymbol{l}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{l} \\ &\quad + 2\hat{\boldsymbol{\lambda}}^T\left(\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* + \hat{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{b}\right) \end{aligned} \tag{2.42}$$

Hierin bezeichnet $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ den Vektor der *Lagrange Multiplikatoren*, $\boldsymbol{N}$ ist die Normalgleichungsmatrix und $\boldsymbol{n}$ der Absolutgliedvektor der Normalgleichungen. Gleichung (2.42) partiell abgeleitet nach $\hat{\boldsymbol{x}}^*$, $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ und $\hat{\boldsymbol{z}}$ ergibt:

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{N}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* - \boldsymbol{n} + \boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{0} \tag{2.43}$$

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* + \hat{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0} \tag{2.44}$$

$$\tfrac{1}{4}\tfrac{\partial L}{\partial z} = \hat{\lambda}_i \hat{z}_i = 0 \,\forall\, i = 1,\ldots,\mathrm{r} \tag{2.45}$$

Die Vektoren $\hat{\boldsymbol{x}}^*$, $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ und $\hat{\boldsymbol{z}}$ stellen die Extremalstellen der Lagrange-Hilfsfunktion dar. Die Restriktionen (2.37) beschränken ausschließlich in einer Richtung, sodass die Lösung für $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ auf einer Seite der Hyperebene $\boldsymbol{H}\,\hat{\boldsymbol{x}}^* = \boldsymbol{b}$ liegt. (2.43) bis (2.45) stellen die Kuhn-Tucker Bedingungen dar.

(2.43) führt zur Bestimmungsgleichung für die zu schätzenden Parameter:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}^* &= \boldsymbol{N}^{-1}\left(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} \end{aligned} \tag{2.46}$$

Mit Hilfe von (2.44) können die Schlupfvariablen bestimmt werden:

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}^* \tag{2.47}$$

Einsetzen von (2.46) in (2.47) führt zu:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{z}} &= \boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\left(\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}}\right) \\ &= \boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} \\ &= \left(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}\right) + \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} \end{aligned} \tag{2.48}$$

Durch folgende Substitutionen

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T \tag{2.49}$$

und

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}} \tag{2.50}$$

wird das Problem der Ausgleichung im Gauß-Markov-Modell nach der Methode der kleinsten Quadrate mit zusätzlichen Ungleichungsrestriktionen in ein Lineares Komplementaritätsproblem überführt:

10 Die Kennzeichnung mit dem Dach (^) verdeutlicht, dass auch die Schlupfvariablen zu schätzende Größen der Ausgleichung darstellen.

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{q} + \boldsymbol{M}\hat{\boldsymbol{\lambda}} \tag{2.51}$$

$$\hat{\boldsymbol{z}} \geq \boldsymbol{0} \wedge \hat{\boldsymbol{\lambda}} \geq \boldsymbol{0} \tag{2.52}$$

$$\lambda_i z_i = 0 \,\forall\, i = 1,\ldots,\mathrm{r} \tag{2.53}$$

(2.52) und (2.53) ergeben sich aus (2.45). Die ermittelten Lagrange Multiplikatoren werden abschließend in (2.46) eingesetzt, um die Parameter $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ zu erhalten.

2.5.6.2 Kovarianzmatrizen

Um Aussagen über die Qualität der Ausgleichung und somit über die Qualität der Ergebnisse machen zu können, werden die Kovarianzmatrizen für den ermittelten Parametervektor $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ (LIEW, 1978) sowie für die ausgeglichenen Beobachtungen ermittelt.

(2.51) kann auch wie folgt geschrieben werden:

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & -\boldsymbol{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{z}} \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

(2.54) kann als Summe zweier Teile aufgefasst werden:

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_1 & -\boldsymbol{M}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{z}}^b \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_2 & -\boldsymbol{M}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{z}}^n \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}^n \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

Hierin bezeichnet $\begin{bmatrix} \hat{z}^b & \hat{\lambda}^b \end{bmatrix}^T$ den Vektor von Basisvariablen der Dimension r und $\begin{bmatrix} \hat{z}^n & \hat{\lambda}^n \end{bmatrix}^T$ den Vektor von Nichtbasisvariablen mit ebenfalls r Elementen.[11] Da die Nichtbasisvariablen Null sind, vereinfacht sich (2.55) und man kann schreiben:

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{z}}^b \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W_1} \\ \boldsymbol{W_2} \end{bmatrix} \boldsymbol{q} \tag{2.56}$$

mit

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{W_1} \\ \boldsymbol{W_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_1 & -\boldsymbol{M}_1 \end{bmatrix}^{-1} \tag{2.57}$$

Somit gilt unter Berücksichtigung von (2.50):

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\lambda}}^b &= \boldsymbol{W_2}\,\boldsymbol{q} \\ &= \boldsymbol{W_2}\left(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}\right) \end{aligned} \tag{2.58}$$

(2.46) führt bei einer Aufteilung der Matrix $\boldsymbol{H}$ sowie mit Berücksichtigung, dass die Nichtbasisvariablen $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^n$ Null sind, zu folgendem Ausdruck:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}^* &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}^T\hat{\boldsymbol{\lambda}} \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_1^T & \boldsymbol{H}_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\lambda}}^n \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}^b \end{bmatrix} \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_1^T & \boldsymbol{H}_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}^b \end{bmatrix} \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\hat{\boldsymbol{\lambda}}^b \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\boldsymbol{W}_2\left(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{b} \\ &\quad + \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}} \\ &= \left(I + \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{H}\right)\hat{\boldsymbol{x}} \\ &\quad - \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H}_2^T\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{b} \end{aligned} \tag{2.59}$$

Die Kovarianzmatrix des Parametervektors $\hat{\boldsymbol{x}}^*$ kann durch allgemeine Varianzfortpflanzung hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}^*\hat{x}^*} &= \boldsymbol{F}\,\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x}}\boldsymbol{F}^T \\ &= \sigma_0^2\boldsymbol{F}\,\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{F}^T \end{aligned} \tag{2.60}$$

mit

$$\boldsymbol{F} = \left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{H_2^T}\boldsymbol{W_2}\boldsymbol{H}\right) \tag{2.61}$$

und

$$\sigma_0^2 = \frac{\left(\boldsymbol{A}\,\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{l}\right)^T \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{A}\,\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{l}\right)}{\mathrm{n} - \mathrm{u}} \tag{2.62}$$

$\boldsymbol{I}$ stellt die Einheitsmatrix dar. Die Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Beobachtungen ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$\hat{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^* \tag{2.63}$$

Die Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes ergibt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{l}\hat{l}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}^*\hat{x}^*}\boldsymbol{A}^T \tag{2.64}$$

Die Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrizen (2.60) und (2.64) enthalten die Varianzen der geschätzten Parameter bzw. der ausgeglichenen Beobachtungen.

11 Das Lineare Komplementaritätsproblem (2.55) enthält 2r unbekannte Elemente, von denen r Null sind. Diese stellen die Nichtbasisvariablen dar. Die r Basisvariablen ergeben sich nach Nullsetzen der Nichtbasisvariablen und sind aufgrund von (2.52) und (2.53) größer Null.

3 Stand der Forschung

In dieser Arbeit geht es um die Zusammenführung raumbezogener Daten unterschiedlicher Herkunft zu einem konsistenten Ganzen. Allgemein wird dieses als *Datenintegration* bezeichnet (RAPPE, 1995; WALTER, 1997; HAKE et al., 2002), wobei zwischen einer rein geometrischen und einer semantischen Integration differenziert werden kann (RAPPE, 1995; WALTER, 1997). Bei einer *geometrischen Integration* werden einander entsprechende Geometrien gesucht, um diese anschließend zu verschmelzen. Im deutschsprachigen Raum spricht man dabei von *Homogenisierung* (HAKE et al., 2002; HETTWER, 2003), in englischsprachiger Literatur wird diese Art der Integration mit *Conflation* (Verschmelzung) bezeichnet (SAALFELD, 1988; SAALFELD, 1985). Bei einer *semantischen Integration* werden neben der geometrischen Repräsentation auch die Sachdaten, d.h. attributive Informationen, sowie Objektstrukturen integriert. Hierbei werden die Sachdaten und Objektstrukturen als betrachtete Merkmale zur Durchführung der Integration verwendet. Die geometrische Repräsentation hängt dabei von der Semantik der Objekte ab (WALTER, 1997).

Eine Klassifikation der Integration zweier Datensätze kann nach verschiedenen Stufen der Heterogenität der Daten geschehen (WALTER, 1997; WALTER & FRITSCH, 1996):

Stufe 1: Beide Datensätze stammen von einem identischen Datensatz ab, die aber unabhängig voneinander fortgeführt wurden.
Stufe 2: Die Datensätze liegen zwar im gleichen Datenmodell vor, wurden aber von unterschiedlichen Operateuren erfasst.
Stufe 3: Die Datensätze liegen nicht im gleichen Datenmodell vor, jedoch sind die Datenmodelle einander ähnlich.
Stufe 4: Die Datensätze stammen aus verschiedenen Datenmodellen, welche sich stark voneinander unterscheiden.

WALTER (1997) bezieht sich in seiner Arbeit auf zweidimensionale Vektordaten – Straßendaten der Datenmodelle ATKIS (Amtliches Topographisch-Kartographisches Informationssystem) und GDF (Standard Geographic Data File), doch kann diese Einteilung auch auf andere Problemstellungen übertragen werden.

Die Anwendungen der Integration der Stufen 1 und 2 sind vielfältig. Hier seien vor allem die Fortführung und Aktualisierung bestehender Datensätze genannt. Aber auch die Aufbereitung digitaler Daten, die aus analogen Karten gewonnen werden, stellt ein Integrationsproblem dieser Stufen dar. Korrespondierende Elemente sind zumeist bekannt, d.h. die Suche einander entsprechenden Elementen entfällt. Die Daten liegen auf benachbarten Kartenblättern vor, die dann in ein einheitliches System zu transformieren sind. Hierbei ist darauf zu achten, dass Nachbarschaftstreue gewährleistet wird und geometrische Bedingungen eingehalten werden (SCHOLZ, 1992; HETTWER, 2003; KAMPSHOFF & BENNING, 2005). SAALFELD (1985), WALTER (1997) und VON GÖSSELN & SESTER (2004) beschäftigen sich mit Anwendungen der Stufe 3. Hier geht es um die Zuordnung zweidimensionaler Daten und deren Zusammenführung. D.h. es müssen zuerst korrespondierende Elemente gefunden werden, um sie in einem weiteren Schritt verschmelzen zu können. Ein Problem der Stufe 4 stellt zum Beispiel die Integration Digitaler Geländemodelle und Digitaler Landschaftsmodelle dar (STOTER, 2004; KLÖTZER, 1997; LENK, 2001). Die Datenmodelle weichen stark voneinander ab, die Datenerfassung und –modellierung geschieht unabhängig voneinander (vgl. Abschnitt 2.1).

In den nachfolgenden beiden Abschnitten werden Arbeiten zur Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten beschrieben. Bei einer rein *geometrischen Integration* (Abschnitt 3.1) werden die Positionen der Objektpunkte generell nicht verändert. Korrespondierende Elemente erhält man durch die „Platzierung" der Objektgeometrie in die X,Y-Ebene des DGM und nachfolgender Höheninterpolation an den Positionen der Objektpunkte mit Hilfe des DGM. Eine Suche nach korrespondierenden Elementen entfällt, die Korrespondenz ist von vornherein gegeben. Wird die Semantik der Objekte berücksichtigt, um bestimmte Objekteigenschaften herzustellen, handelt es sich um eine *semantische Integration* von DGM und zweidimensionalen Objekten (Abschnitt 3.2), die allerdings die geometrische Integration einschließt. Die Vorgehensweise entspricht zumeist einem so genannten *Bottom-Up-Ansatz* (WALTER, 1997), da die geometrische Repräsentation von der Semantik der Objekte abhängt. Abschnitt 3.3 stellt weitere für diese Arbeit relevante Verfahren vor, die zwar andere anwendungsspezifische Hintergründe haben, aber dennoch Relevanz für das hier vorgestellte Problem besitzen. In Abschnitt 3.4

werden die Erkenntnisse zusammengefasst. Forderungen im Hinblick auf ein zu entwickelndes Verfahren werden aufgestellt sowie die Stärken und Schwächen der präsentierten Ansätze bzgl. dieser Forderungen aufgezeigt. Aus den Erkenntnissen werden am Ende Schlussfolgerungen gezogen.

3.1 Geometrische Integration zweidimensionaler Objekte und DGM

KLÖTZER (1997) befasst sich mit der Integration Digitaler Geländemodelle und Landkarten[12]. Er fordert, dass durch die Integration der Geometrien die durch das DGM gegebene Approximation der Oberfläche des Reliefs nicht verändert werden darf. Er führt die Integration in zwei Schritten durch: Zunächst werden die Punkte der Objekte in das DGM-Dreiecksnetz eingefügt. In einem zweiten Schritt werden die Objektkanten integriert (Abb. 9).

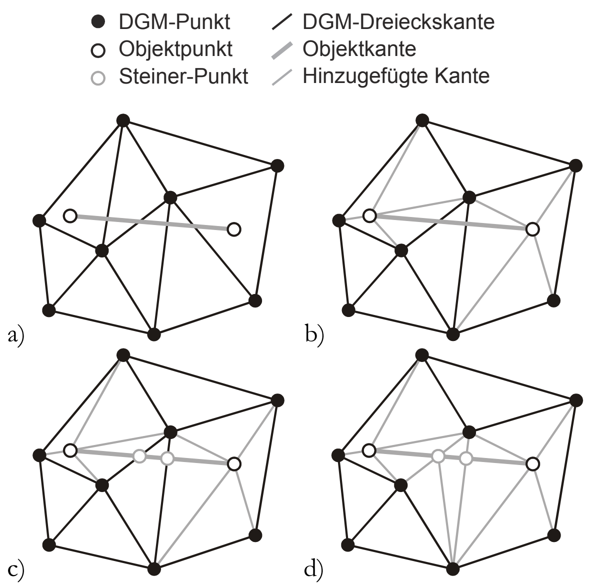


Abb. 9: Integrationsverfahren nach KLÖTZER (1997); a) DGM-Dreiecksnetz und Objektkante, b) Integrierte Objektpunkte, c) Schnittpunkte zwischen Objektkante und DGM-Dreiecksnetz, d) Integrationsergebnis

Vor dem Einfügen der Punkte werden die Punkthöhen linear aus den Punkthöhen des jeweiligen umschließenden Dreiecks interpoliert. Um etwaige Diskretierungsfehler zu verringern, die durch ein schrittweises Vorgehen hervorgerufen werden könnten, werden die Höhenwerte aller Punkte vor dem Einfügen berechnet. Das Einfügen geschieht mit Hilfe eines inkrementellen Einfügealgorithmus (vergleich Abschnitt 2.2.1), wobei KLÖTZER (1997) nach dem Einfügen eines Punktes das Delaunay-Kriterium wiederherstellt (vgl. Abb. 9b). Bei dem Einfügen berücksichtigt KLÖTZER (1997), dass sich der Punkt innerhalb eines Dreiecks befinden oder auf einer Kante des Dreiecksnetzes liegen kann. Die Identität der Lagekoordinaten zweier Punkte wird dagegen nicht berücksichtigt. Die Integration der Objektkante, die zwei bereits eingefügte Objektpunkte miteinander verbindet, beginnt mit der Berechnung der Schnittpunkte zwischen einzufügender Kante und den Kanten des Dreiecksnetzes (Abb. 9c). Die Schnittpunkte werden in das bestehende Dreiecksnetz integriert, wobei das Delaunay-Kriterium nicht wiederhergestellt wird (Abb. 9d). In der Arbeit von KLÖTZER (1997) wird erwähnt, dass das Verfahren zu keinem eindeutigen Ergebnis führt, da durch eine veränderte Reihenfolge bei der Integration der Kanten unterschiedliche Dreiecksnetze entstehen können.

Der *erweiterte radial-topologische Algorithmus* nach LENK (2001) beginnt mit dem *radial-topologischen Algorithmus*, der die Objektgeometrien in das bestehende DGM-Dreiecksnetz integriert. Die Erweiterung besteht darin, redundante Daten aus dem Integrationsergebnis zu entfernen.

LENK (2001) beginnt bei der von ihm vorgeschlagenen Vorgehensweise mit der Suche nach dem Einfügeort eines Startpunktes (Abb. 10a, hellgaues Dreieck). Die Höhe des Punktes wird berechnet, wobei differenziert wird, ob der Startpunkt linear im Dreieck oder auf einer Kante interpoliert wird oder, falls der Startpunkt auf einen bereits vorhandenen Punkt des Dreiecksnetzes fällt, dessen Höhe übernommen wird. Nach dem Einfügen des Startpunktes, wobei auf die Wiederherstellung des Delaunay-Kriteriums verzichtet wird (Abb. 10b), werden durch die zu dem Punkt inzidenten Kanten des Dreiecksnetzes Winkelsektoren um diesen Punkt gebildet. Ausgehend vom Startpunkt werden die Kreuzprodukte zwischen dem jeweils nächsten einzufügenden Punkt der Objektgeometrie und den Dreieckskanten der Winkelsektoren berechnet. Hieraus kann die Lage des nächsten Punktes in Bezug zu den Dreieckskanten des jeweiligen Winkelsektors ermittelt werden. In Abb. 10b wird beispielsweise eine Kante eines zu dem Startpunkt P_i

12 Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird allgemein von der Integration Digitaler Geländemodelle und Geometrien zweidimenisionaler Objekte gesprochen.

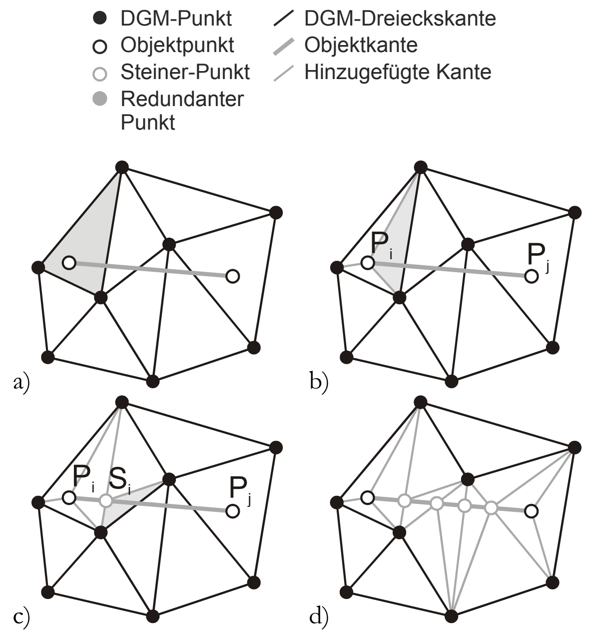


Abb. 10: Radial-topologischer Algorithmus nach LENK (2001); a) Einfügeort des Startpunktes, b) Integrierter Startpunkt, Festlegung der Winkelsektoren, c) Integration eines Schnittpunktes, d) Integrationsergebnis

inzidenten Dreiecks (hellgrau dargestellt) von der Objektkante geschnitten. Der Schnittpunkt S_i zwischen Objektkante und der Kante des DGM-Dreiecksnetzes wird berechnet und in das Dreiecksnetz integriert (Abb. 10c). S_i ist dann Startpunkt für die Integration der restlichen Objektgeometrien, wobei LENK (2001) die Topologie des Dreiecksnetzes nutzt, um bei der Integration fortzuschreiten. Abb. 10d stellt das Ergebnis der Integration dar.

Der radial-topologische Algorithmus kann zu einem

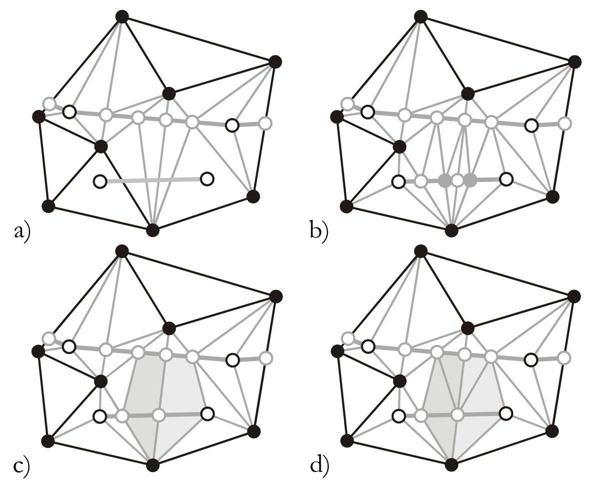


Abb. 11: Erweiterter radial-topologischer Algorithmus; a) Integriertes Dreiecksnetz und einzufügende Objektkante, b) Ergebnis des radial-topologischen Algorithmus, c) Löschen redundanter Daten, d) Integrationsergebnis

integrierten Dreiecksnetz mit redundanten Daten führen. Dieses liegt daran, dass nach jeder Einfügeoperation ein vollständiges Dreiecksnetz vorliegen muss, um die weitere Navigierbarkeit innerhalb des Dreiecksnetzes zu gewährleisten. Schnittpunkte zwischen Objektkanten und bereits zusätzlich eingefügten Kanten können somit Bestandteil des integrierten Dreiecksnetzes sein. Diese redundanten Daten leisten keinen Beitrag zur geometrischen Form des integrierten Modells. Um die redundanten Daten zu entfernen, wird beim *radial-topologischen Algorithmus* gespeichert, ob es sich um eine aus dem DGM oder aus den Objekten abgeleitete Kante, um einen DGM- oder Objektpunkt oder um einen Schnittpunkt von DGM- und Objektkante handelt. Trifft keiner dieser drei Fälle zu, ist der Punkt bzw. die Kante redundant. In Abb. 11a schneidet die untere einzufügende Objektkante zwei Dreieckskanten, die zusätzlich bei der Integration der oberen Geometrien eingefügt wurden. Diese Schnittpunkte sind in Abb. 11b grau dargestellt, sie sind redundant. Nach Abschluss des radial-topologischen Algorithmus werden die zum Entfernen markierten Punkte sequentiell bearbeitet und gelöscht. Auf der linken und rechten Seite einer Kante, die einen gelöschten Punkt enthält, bilden die zu diesem Punkt adjazenten Punkte jeweils ein Polygon (Abb. 11c), welches zum Abschluss mittels einer lokalen Polygon-Triangulation retrianguliert wird (Abb. 11d, vgl. Abschnitt 2.2.4). LENK (2001) verwendet für die Polygon-Triangulation ein einfaches Diagonalen-Verfahren nach AMMERAAL (1998).

EGENHOFER et al. (1989) befassen sich mit geometrischen Operationen im Kontext der algebraischen Topologie. Unter anderem wird ein Verfahren vorgestellt, das einen 1-simplizialen Komplex in einen 2-simplizialen Komplex integriert[13]. Dieses entspricht der Integration eines Polygons in ein Dreiecksnetz. EGENHOFER et al. (1989) beginnen mit dem Einfügen der zu einer Kante inzidenten Punkte (Abb. 12b). Ausgehend von einem Startpunkt wird der Schnittpunkt zwischen einzufügender Kante und dem DGM-Dreieck bestimmt, das den Startpunkt im Inneren enthält (Abb. 12c, grau dargestelltes Dreieck). Der Schnittpunkt wird in das bestehende integrierte Dreiecksnetz eingefügt, von dem dann in Richtung des zweiten Punktes fortgeschritten wird. Ist bereits eine Kante eines Objektes integriert worden, muss

13 Zur algebraischen Topologie und zur Definition von simplizialen Komplexen sei hier auf einschlägige Literatur verwiesen, zum Beispiel Jänich (2005).

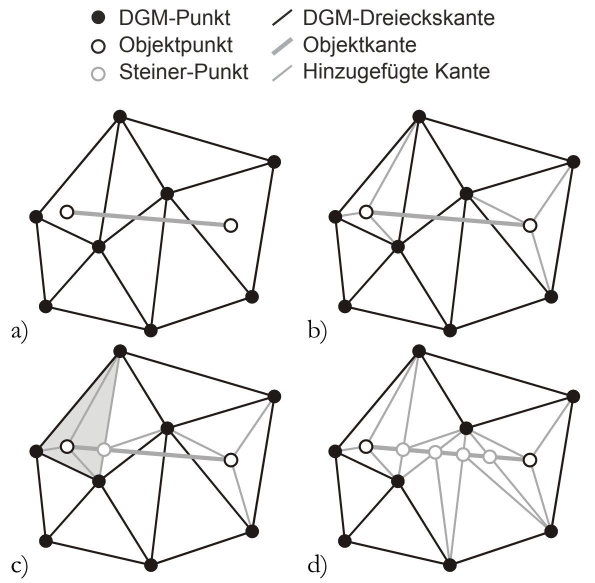


Abb. 12: Integrationsverfahren nach EGENHOFER et al. (1989); a) DGM-Dreiecksnetz und Objektkante, b) Integrierte Objektpunkte, c) Integrierter Schnittpunkt, d) Integrationsergebnis

nur noch der Endpunkt der nachfolgenden Kante integriert werden. Abb. 12d stellt das Integrationsergebnis dar.

STOTER (2004) vergleicht die *bedingte* und die *konforme Delaunay-Triangulation* (vgl. Abschnitte 2.2.2 und 2.2.3) sowie die *verfeinerte bedingte Delaunay-Triangulation*. STOTER (2004) erkennt, dass die bedingte sowie die konforme Delaunay-Triangulation nicht zur Integration der Datensätze geeignet sind. Während die bedingte Delaunay-Triangulation zur Zerschneidung von gebirgigem Gelände führen kann, wird durch die konforme Delaunay-Triangulation eine Vielzahl sehr kleiner Dreiecke erzeugt, wobei STOTER (2004) den von RUPPERT (1995) publizierten Verfeinerungs-Algorithmus verwendet.

Bei der *verfeinerten bedingten Delaunay-Triangulation* werden die Objektkanten vor der eigentlichen Integration durch Einführung zusätzlicher Punkte unterteilt. Dabei wird der maximale Abstand zwischen zwei Punkten einer Objektkante auf die zwei- bis dreifache Distanz des mittleren Abstandes der DGM-Punkte festgelegt. Sind die Positionen der zusätzlich einzufügenden Steiner-Punkte ermittelt, werden diese in das Dreiecksnetz integriert. Hierzu werden vorab die Höhen der Punkte – die originären Punkte der Objektgeometrien und die Steiner-Punkte – mit Hilfe der Höheninformation des DGM-Dreiecksnetzes interpoliert. Anschließend wird die Integration mit Hilfe einer gewöhnlichen bedingten Delaunay-Triangulation durchgeführt.

SIMONSE et al. (2000) befassen sich damit, zweidimensionale topographische Daten (TOP10vector) sowie Digitale Höhendaten (AHN) der Niederlande zu integrieren. Dabei legen sie den Schwerpunkt auf die Integration von Straßen und Eisenbahnen, wobei auch Brücken, Unter- und Überführungen berücksichtigt werden.

Die Höhendaten liegen als nicht-strukturierte Punkthaufen vor, die mit Hilfe eines flugzeuggetragenen Laserscanners gewonnen wurden und eine relativ hohe Punktdichte von bis zu 5 Punkten pro m² besitzen. Vor der eigentlichen Integration werden den Vektordaten des TOP10vector Höhenwerte zugewiesen. Dieses geschieht folgendermaßen: Für jeden Punkt der Objektgeometrien wird ein Umkreis mit einem bestimmten Radius festgelegt. Innerhalb dieses Umkreises werden die Punkte selektiert, die sich innerhalb des Objektes befinden. Aus diesen Punkten wird der mittlere Höhenwert berechnet, wobei die minimalen und maximalen Höhenwerte nicht berücksichtigt werden, um ggf. grob fehlerhafte Werte auszuschließen. Der Mittelwert wird dem Objektpunkt als Höhe zugewiesen. Die Straßen und Eisenbahnen werden somit in 2.5-dimensionale Objekte überführt. Die Objektgeometrien werden dann als Zwangskanten einer bedingten Delaunay-Triangulation in das DGM-Dreiecksnetz integriert, wobei nicht spezifiziert wird, ob zusätzlich Punkte in die Objektgeometrien eingefügt werden. Um Brücken, Unter- und Überführungen berücksichtigen zu können, werden zwei 2.5-dimensionale Datensätze erstellt. Der eine Datensatz enthält das Gelände, der zweite Datensatz enthält die Brücken, Unter- und Überführungen.

3.2 Semantische Integration zweidimensionaler Objekte und DGM

POLIS et al. (1995) befassen sich mit der automatischen Konstruktion großmaßstäbiger virtueller Welten. Ein Teilaspekt ist dabei die Herstellung eines DGM-Dreiecksnetzes sowie die Korrektur von zweidimensionalen Straßennetzen und deren Integration in das Dreiecksnetz. Das Straßennetz liegt zu Beginn als zweidimensionaler linienförmiger Datensatz vor, dessen Höhen mit Hilfe des DGM interpoliert werden. Die Straßen werden gepuffert, wobei den Punkten der Objektränder die Höhen der korrespondierenden Punkte der Mittelachse zugewiesen werden, sodass horizontale Querprofile entstehen (Abb. 13a). Die Einmündungen und Kreuzungen werden mit Hilfe horizontaler Ebenen mo-

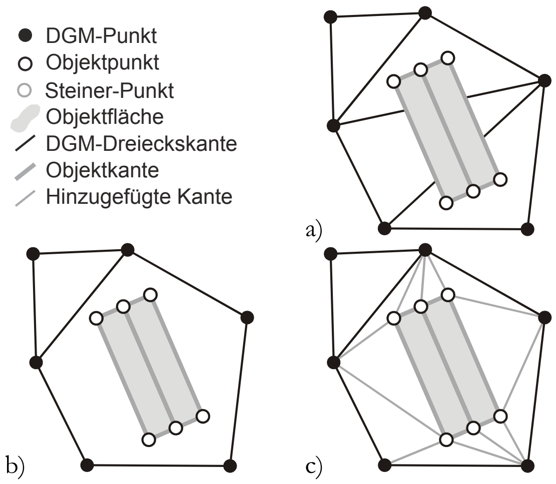


Abb. 13: Verfahren nach POLIS et al. (1995); a) DGM-Dreiecksnetz und gepufferte Straße, b) Aufschneiden des Dreiecksnetzes, c) Integriertes Straßenpolygon

modelliert. Die Integration des DGM und der 2.5-dimensionalen Straßen geschieht durch Aufschneiden des DGM-Dreiecksnetzes in dem Bereich, in dem sich DGM und Straßenpolygon überlappen (Abb. 13b). Es wird dann lokal eine Triangulation durchgeführt, doch besteht das integrierte Modell nicht aus einem integrierten Dreiecksnetz sondern aus Straßenpolygonen, die durch Dreiecke des DGM-Dreiecksnetzes begrenzt werden (Abb. 13c).

Im Gegensatz zu POLIS et al. (1995) werden bei ABDELGUERFI et al. (1997) die Objektpolygone in das Dreiecksnetz integriert, sodass ein integriertes Dreiecksnetz entsteht. ABDELGUERFI et al. (1997) gehen dabei folgendermaßen vor: Zu Beginn wird die Menge der Dreiecke bestimmt, die die Randpunkte der Straßen

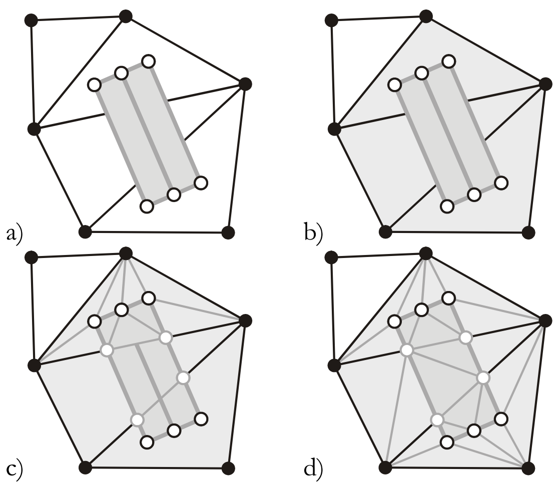


Abb. 14: Integration flächenhafter Objekte nach ABDELGUERFI et al. (1997); a) Dreiecksnetz und gepufferte Straße, b) Menge der Dreiecke, die das Objekt enthält, c) Integration des ersten Teilpolygons, d) Integrationsergebnis

enthält (Abb. 14b). An den Schnittpunkten zwischen Objektpolygon und den Kanten des DGM-Dreiecksnetzes werden die Polygone unterteilt. Die entstehenden Teilpolygone werden lokal re-trianguliert (Abb. 14c). ABDELGUERFI et al. (1997) fügen die entstehenden Objektkanten in Form von Zwangskanten in das Dreiecksnetz ein. Dabei erwähnen sie, dass die Randpunkthöhen des Objektes nicht durch Interpolation entstehen, sondern den interpolierten Höhen des Punktes der Mittelachse entsprechen, sodass horizontale Querprofile der Straßen entstehen. Kreuzungs- und Einmündungsbereiche von Straßen werden mit Hilfe von Horizontalebenen modelliert.

ROUSSEAUX & BONIN (2003) beschäftigen sich mit der Integration von Vektordaten in Digitale Geländemodelle im Kontext der Analyse von Überflutungskatastrophen. Ihr Hauptaugenmerk richtet sich auf die Integration von Straßen, Wasserläufen und Dämmen. Die zu integrierenden Vektordaten besitzen bereits Höheninformationen in Form von Attributen. Die Höhendaten beschreiben das Gelände in Form von Höhenlinien, aus denen ein DGM-Dreiecksnetz abgeleitet wird.

Zu Beginn werden die linienförmigen Straßen gepuffert, wobei die Pufferbreite den attributiven Informationen des Vektordatensatzes entnommen wird. Vor Durchführung der Integration werden die Punkthöhen überprüft. Hierzu werden an den entsprechenden Positionen der Objektpunkte Höhen mit Hilfe des DGM interpoliert. Es liegen somit zwei Höhenwerte für jeden Objektpunkt vor – eine dem Vektordatensatz entnommene sowie eine mit Hilfe des DGM interpolierte Höhe. Weichen die Höhenwerte stark voneinander ab, wird dem Objektpunkt die Höhe des Vektordatensatzes zugewiesen. Zusätzlich werden die Neigungen der Straßen in Längsrichtung, das abfallende Niveau der Wasserläufe in Fließrichtung und weitere nicht näher spezifizierte Bedingungen überprüft. Hierbei wird allerdings nicht explizit erwähnt, was im Falle der Nichterfüllung der Bedingungen geschieht. Die Objektpunkte sowie die originären DGM-Punkte werden mit Hilfe einer Delaunay-Triangulation in ein integriertes Dreiecksnetz überführt. Um zu gewährleisten, dass die Objektkanten Kanten des integrierten Datensatzes sind, wird ein Verfeinerungs-Algorithmus verwendet. D.h. es werden Steiner-Punkte in das Dreiecksnetz eingefügt. Liegen die Steiner-Punkte auf den ursprünglichen Objektkanten, werden die Höhen dieser Punkte linear aus den Höhen der Objektkanten interpoliert. Werden zusätzlich seitens der Objektkanten Punkte eingefügt, werden deren Höhen mit Hilfe des DGM interpoliert. Die

Vorgehensweise wird nicht im Detail erläutert, doch wird davon gesprochen, dass die Punktmenge durch zusätzliche Steiner-Punkte derart verdichtet wird, dass durch eine gewöhnliche Delaunay-Triangulation das Dreiecksnetz die Objektkanten als Kanten enthält.

NETZER & ZIEGLER (2000) beschäftigen sich mit der Visualisierung von drei-dimensionalen Landschaften, wobei sie besonderen Wert auf die korrekte Darstellung von Straßen legen. Im Gegensatz zu allen bisher aufgeführten Ansätzen beruht die Integration nicht auf einem Dreiecksnetz, sondern auf einem gitterförmigen DGM. Das originäre DGM wird verdichtet, d.h. die ursprüngliche Gitterweite wird reduziert, um die Straßen mit Hilfe des neu berechneten Gitters näherungsweise semantisch korrekt darstellen zu können. NETZER & ZIEGLER (2000) gehen folgendermaßen vor: In den Punkten der linienförmig vorliegenden Straße wird jeweils ein Querprofil konstruiert, welches aus fünf Punkten besteht – ein Punkt der Mittelachse, zwei Punkte des linken und rechten Straßenrandes sowie zwei Punkte, die die Verbindung zwischen Straße und Gelände herstellen und somit die Böschung links und rechts der Straße repräsentieren. Dabei können die Straßenbreite sowie die Neigungen der Böschungen angegeben werden. Die Höhen der Punkte der Mittelachse werden mit Hilfe der Höheninformation des DGM interpoliert, hier entspricht die Höhe der Straße der Höhe des DGM. Den Randpunkten wird die Höhe der Mittelachse zugewiesen, sodass horzontale Querprofile entstehen. Die Böschungspunkte ergeben sich durch Schnitt einer von dem jeweiligen Straßenrand ausgehenden Geraden mit der durch das DGM repräsentierten Oberfläche. Die Neigung der Geraden kann dabei angegeben werden. Besitzen die Randpunkte der Straße sowie das umgebende Gelände die gleiche Höhe, wird ein Böschungspunkt erzeugt, der sich im Abstand von einem Meter vom Straßenrand befindet. Anschließend werden benachbarte Profile mit Hilfe von Dreiecken flächenhaft miteinander verbunden, wodurch ein lokales Dreiecksnetz der Straßen entsteht. Danach wird ein neues DGM erstellt, welches eine kleinere Gitterweite als das originäre DGM aufweist. Um die Gitterweite des neuen DGM zu ermitteln, werden diejenigen Gittermaschen des originären DGM, welche Objektpunkte im Inneren enthalten, so lange in vier Quadrate unterteilt, bis zwischen dem Objektpunkt und einem Gitterpunkt des DGM ein zu spezifizierender Abstand unterschritten wird. Diese Vorgehensweise entspricht der Erzeugung eines Quadtrees. In den Gitterpunkten wird dann die Höhe interpoliert. Hierbei wird unterschieden, ob sich der Gitterpunkte innerhalb des lokalen Dreiecksnetzes der Straße befindet oder nicht. Ist dieses der Fall, wird die Höhe aus dem Dreiecksnetz interpoliert. Befindet er sich außerhalb, wird die Höhe mit Hilfe des ursprünglichen DGM interpoliert.

3.3 Integration zweidimensionaler Vektordaten

Das klassische Anwendungsgebiet der Integration ist die Aufbereitung digitaler Datenbestände, die zum Beispiel aus analogen Karten gewonnen werden (SAALFELD, 1985; SCHOLZ, 1992; HAKE et al., 2002; HETTWER, 2003).

In dem von SCHOLZ (1992) entwickelten Ansatz werden die digitalisierten Datenbestände, die zum Beispiel aus benachbarten Kartenblättern erfasst werden, in ein einheitliches Zielkoordinatensystem transformiert, wobei Nachbarschaftstreue gewährleistet wird und geometrische Bedingungen, beispielsweise die Rechtwinkligkeit von Gebäuden, eingehalten werden.

SCHOLZ (1992) unterteilt die digitalisierten Punkte in Sollpunkte, Verknüpfungspunkte und sonstige Digitalisierungen. Sollpunkte besitzen Koordinaten, die hochgenau bekannt sind und somit nicht verändert werden dürfen. Verknüpfungspunkte sind in mehreren benachbarten Kartenblättern enthalten und verknüpfen die Kartenblätter miteinander. Sonstige Digitalisierungen besitzen weder Sollkoordinaten, noch treten sie gleichzeitig in mehreren Kartenblättern auf. In dem Verfahren werden die digitalisierten Punkte jedes Kartenblattes mit Hilfe einer ebenen 5-Parameter-Transformation in das Zielkoordinatensystem transformiert, wobei an den Soll- und Verknüpfungspunkten Restklaffen auftreten. Diese kennzeichnen die Abweichungen der transformierten Koordinaten von den Koordinaten des Sollpunktes sowie die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Transformation eines Verknüpfungspunktes unter Verwendung der Parameter verschiedener Kartenblätter. Die auftretenden Restklaffen werden auf die benachbarten Punkte übertragen, um somit Nachbarschaftstreue zu gewährleisten. Die Transformation sowie die Übertragung der Restklaffen werden durch Beobachtungsgleichungen eines Ausgleichungsverfahrens formuliert, in das die Koordinaten der digitalisierten Punkte sowie die Transformationsparameter als unbekannte Parameter eingehen. Das Verfahren basiert auf den *Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung*, das auch als *Gauß-Helmert-Modell* bezeichnet wird (KOCH, 1981; NIEMEIER, 2002). Das Schätzverfahren ist die Methode der kleinsten Quadrate. Geometrische Bedingungen werden in dem Verfahren durch Pseudobeobachtungen ausgedrückt, deren Gewichtung die Einhaltung der Bedingungen steuert. Eine unterschiedliche Gewichtung der als direkte Beobachtungen formulierten digitalisierten Koordinaten erlaubt die Berücksichtigung von Genauigkeitsunterschieden zwischen den Punkten. Die Restklaffen werden abstandsgewichtet auf die Nachbarschaft übertragen, sodass weiter von dem jeweiligen Punkt entfernte Punkte weniger von den Restklaffen beeinflusst werden als nahe am Punkt gelegene.

Auch HETTWER (2003) beschäftigt sich mit dem klassischen Anwendungsgebiet der Integration. Er legt seinen Schwerpunkt auf die numerischen Methoden zur Integration großer Geodatenbestände.

Der Ansatz basiert auf einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, Schätzverfahren ist die Methode der kleinsten Quadrate. Neben Ansätze zur Lösung großer Gleichungssysteme diskutiert HETTWER (2003) verschiedene Möglichkeiten, auftretende Restklaffen nachbarschaftstreu auf benachbarte Punkte zu übertragen. So erwähnt er, dass der von SCHOLZ (1992) verwendete abstandsgewichtete Ansatz ausschließlich an den Sollpunkten auftretende Restklaffen sowie Punktverschiebungen an Verknüpfungspunkten berücksichtigen kann. Punktverschiebungen infolge der Realisierung geometrischer Bedingungen wirken sich bei dem Ansatz nicht aus. Dieses behebt HETTWER (2003) durch den *hybriden Anpassungsansatz*, doch kann diese Methode nicht vollständig in einem Ausgleichungsmodell realisiert werden, da die Interpolation der zu übertragenden Verschiebungen und die Ausgleichung getrennt voneinander ablaufen. Die *Membranmethode*, ein weiteres Verfahren zur Übertragung der Restklaffen, setzt eine Delaunay-Triangulation der digitalisierten Punkte voraus. Die Methode basiert auf der Vorstellung einer elastischen Membran, die in einigen Punkten deformiert wird und diese Deformationen so in sich verteilt, dass sie einen Zustand minimaler Verformungsenergie erreicht. Die Membran wird durch die Dreiecke des Dreiecksnetzes approximiert, sodass diese als Einheiten aufgefasst werden können, deren jeweilige Deformation über eine Affin-Transformation beschrieben werden kann. Die Methode ist von HETTWER (2003) in einem Ausgleichungsmodell integriert worden.

HETTWER (2003) stellt fest, dass bei Anwendung der Membranmethode in einigen Fällen Dreiecke umklappen und somit die topologische Struktur der Daten beeinträchtigt wird. Um dieses zu beheben, schlägt er vor, zusätzliche Beobachtungsgleichungen einzuführen, in denen das Umklappen eines Dreiecks große Verbesserungen erzeugt. Dieses zieht dann eine entsprechende Erhöhung des Zielfunktionswertes nach sich, womit verhindert wird, dass das Minimum der Zielfunktion durch eine Parameterkonstellation erreicht wird, die das Umklappen von Dreiecken beinhaltet.

3.4 Zusammenfassung

Die beschriebenen Ansätze zur Integration von Digitalem Geländemodell und zweidimensionalen Objekten werden in rein geometrische und semantische Verfahren unterteilt (Abschnitte 3.1 und 3.2). Während die geometrischen Verfahren die Semantik der zu integrierenden Objekte in keiner Weise berücksichtigen, werden bei den semantischen Verfahren bestimmte Objekteigenschaften innerhalb des integrierten Datensatzes hergestellt, um somit ein semantisch korrektes Integrationsergebnis zu erzielen. Neben den Verfahren der Abschnitte 3.1 und 3.2 existieren Ansätze, deren hauptsächliche Anwendung nicht der in dieser Arbeit dargestellten Problematik entspricht (Abschnitt 3.3). Dennoch sind Teile der Methodik auf das in dieser Arbeit beschriebene Problem übertragbar und somit für die Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten geeignet.

Ein Verfahren zur semantischen Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten, das die rein geometrische Integration einschließt, sollte gewissen Anforderungen genügen. Diese sind:

1. Semantisch korrekte Repräsentation topographischer Objekte
2. Berücksichtigung der Nachbarschaft
3. Berücksichtigung topologischer Relationen zwischen verschiedenen Objekten
4. Berücksichtigung der Datenqualität
5. Invarianz der sich durch die Integration ergebenden Oberfläche
6. Eindeutigkeit der geometrischen Integration
7. Redundanzfreiheit der geometrischen Integration

Das wichtigste Ziel einer semantischen Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten ist die semantisch korrekte Repräsentation topographischer Objekte (1). Um dieses zu erreichen, ist es generell notwendig, die Daten zu korrigieren, da häufig das DGM und die Objekte inkonsistent zueinander sind. Die Veränderungen sollten auf die Nachbarschaft übertragen werden, um somit Nachbarschaftstreue zu gewährleisten und demnach keine abrupten Veränderungen des Geländes hervorzurufen (2). Dabei sind auch mögliche Veränderungen der Position einzelner Objektpunke bzw. der Position, Form und Größe ganzer Objekte zu berücksichtigen. Hieraus folgt, dass topologische Relationen in Betracht gezogen werden müssen, um somit zu verhindern, dass sich zum Beispiel benachbarte Objekte überlagern (3). Sind Informationen bzgl. der Qualität der Daten vorhanden, so ist es wünschenswert, auch diese Informationen in die Korrektur der Daten einfließen zu lassen (4). Somit kann beispielsweise verhindert werden, hoch genau erfasste Punkthöhen zu verändern.

Die Integration sollte die ursprüngliche durch das DGM approximierte Oberfläche nicht gravierend verändern (5). Diese Forderung entspricht der bereits von KLÖTZER (1997) und LENK (2001) geforderten Invarianz der sich durch die geometrische Integration ergebenden Oberfläche. Sind durch die Berücksichtigung der Semantik der Objekte bereits die Höhenkomponenten der Daten verändert worden, um somit bestimmte Objekteigenschaften herzustellen, muss sich die Forderung auf diese Objekteigenschaften beziehen. D.h. durch die geometrische Integration dürfen die hergestellten Objekteigenschaften, die die Semantik der Objekte repräsentieren, nicht wieder zerstört werden. Sind Objekte zu integrieren, die keine bestimmten Eigenschaften enthalten und somit nichts zu einem semantisch korrekten Ergebnis beitragen, gilt die ursprüngliche Forderung von KLÖTZER (1997) und LENK (2001).

Des weiteren ist es erstrebenswert, ein eindeutiges Ergebnis zu erzeugen (6), das zudem keine redundanten Daten enthält (7). So wird bei der geometrischen Integration gefordert, unabhängig von der Reihenfolge der Integration der Objektgeometrien identische Ergebnisse zu erzielen. Redundante Daten sollten vermieden werden, die keinen Beitrag zur Repräsentation des integrierten Modells leisten.

3.4.1 Stärken und Schwächen der Ansätze

In diesem Abschnitt werden die in den Abschnitten 3.1 bis 3.3 aufgeführten Ansätze hinsichtlich der zuvor beschriebenen Anforderungen bewertet.

Semantisch korrekte Repräsentation topographischer Objekte

Im Falle inkonsistenter Daten sind alle in Abschnitt 3.1 aufgeführten Verfahren in der Regel nicht in der Lage, ein semantisch korrektes Integrationsergebnis zu erzielen. Dieses liegt daran, dass ausschließlich die Objektgeometrien in das DGM-Dreiecksnetz integriert werden, ohne die Semantik der Objekte zu berücksichtigen. Dennoch besitzen die Verfahren aus Abschnitt 3.1 Bedeutung, da die semantische Integration die geometrische einschließt.

POLIS et al. (1995) und ABDELGUERFI et al. (1997) führen bei Straßen horizontale Querprofile ein, d.h. etwaige Querneigungen werden vernachlässigt. Zudem stellen sie Kreuzungs- und Einmündungsbereiche mit Hilfe horizontaler Ebenen dar. Durch diese Repräsentationsform wird die Semantik der Straßen berücksichtigt. Bei POLIS et al. (1995) bestehen Straßen aus Teilpolygonen, die sich jeweils zwischen zwei horizontalen Querprofilen befinden. In Punkten, in denen die Straße in der x,y-Ebene eine Richtungsänderung vornimmt, werden ebenfalls horizontale Querprofile eingeführt. Dieses entspricht zumeist nicht der Realität. DGM-Punkte, die sich innerhalb der Teilpolygone befinden, werden gelöscht, sodass sich innerhalb der Objektpolygone keine Punkte befinden. ABDELGUERFI et al. (1997) führen die Objektgeometrien als Zwangskanten des Dreiecksnetzes ein, doch erwähnen sie nicht, was mit DGM-Punkten geschieht, die sich innerhalb einer Straße befinden. Werden diese bei der Modellierung nicht berücksichtigt, kann es dazu führen, dass die Punkte aus der Straße herausragen, was keiner semantisch korrekten Repräsentation entspricht.

ROUSSEAUX & BONIN (2003) überprüfen die Einhaltung objektspezifischer Bedingungen, z.B. die maximale Neigung von Straßen in Fahrtrichtung. Dieses stellt zwar eine Berücksichtigung der Semantik der Objekte dar, doch wird nicht erwähnt, was bei Verletzung dieser Bedingungen geschieht. Bei Flüssen wird das abfallende Niveau in Fließrichtung des Gewässers überprüft, doch fehlen Bedingungen, die die Relation des benachbarten Geländes in Bezug zum Gewässer darstellen.

Auch NETZER & ZIEGLER (2000) führen bei Straßen horizontale Querprofile ein. Innerhalb der Straßen werden Punkthöhen linear interpoliert, sodass DGM-Punkte nicht aus den Straßen herausragen und somit abrupte Höhenänderungen vermieden werden. Im Vergleich zu allen anderen Ansätzen der Abschnitte 3.1 und 3.2 basiert die durch die Autoren vorgenommene Integration nicht auf einem Dreiecksnetz sondern auf der Verdichtung eines gitterförmig vorliegenden Digitalen Geländemodells. Hierdurch ergibt sich die Darstellung der Straßen im Rasterformat. Problematisch ist die Darstellung der Straßen in den Bereichen von Kreuzungen. Hier kommt es zu Mehrfachrepräsentationen, da mehrere Straßen in einem Punkt enden und die Kreuzungsbereiche nicht explizit modelliert werden. Punkte eines zu einer Kreuzung gehörenden Bereiches enthalten somit mehrere Höhenwerte, was einer korrekten Darstellung widerspricht.

Die Verfahren von SCHOLZ (1992) und HETTWER (2003) besitzen einen anderen anwendungsspezifischen Hintergrund als die der Abschnitte 3.1 und 3.2. Dennoch wird eine objektspezifische Semantik berücksichtigt, indem zum Beispiel die Rechtwinkligkeit eines Gebäudes als geometrische Bedingung in Form einer Pseudobeobachtung formuliert wird. Die Größe der Verbesserung der jeweiligen Beobachtung ist ein Maß für die semantische Korrektheit des Ergebnisses.

Berücksichtigung der Nachbarschaft

In nahezu allen in den Abschnitten 3.1 und 3.2 aufgeführten Ansätzen wird die Nachbarschaft der zu integrierenden Objekte nicht berücksichtigt. Davon abweichend werden bei NETZER & ZIEGLER (2000) künstliche Böschungen durch die Angaabe von Böschungsneigungen erzeugt. In den Querprofilen werden dann die Böschungen unter dem angegebenden Neigungswinkel mit dem angrenzenden Gelände verschnitten. Werden keine realen Werte für die Böschungsneigungen berücksichtigt, kann das Gelände durch diese Vorgehensweise stark verfälscht werden. Bei Verwendung realer Böschungsneigungen werden die Veränderungen, die durch die Repräsentation der Straße hervorgerufen werden, direkt auf die Nachbarschaft übertragen. Die Veränderungen der Nachbarschaft entsprechen denen des Objektes, sodass an der Grenze zwischen der einbezogenen Nachbarschaft und dem weiteren Gelände abrupte Höhenänderungen verursacht werden können. Zwischen zwei Querprofilen können Dämme oder Einschnitte entstehen, weil die Querprofile durch ein lokales Dreiecksnetz verbunden und die Höhen der DGM-Punkte innerhalb des Dreiecksnetzes interpoliert werden. Somit wird zwischen den Querprofilen die Höheninformation des DGM nicht berücksichtigt.

SCHOLZ (1992) und HETTWER (2003) berücksichtigen die Nachbarschaft, indem auftretende Restklaffen auf benachbarte Punkte übertragen werden. Dabei gehen sie unterschiedlich vor. SCHOLZ (1992) berücksichtigt keine Veränderungen, die durch die Einhaltung geometrischer Bedingungen hervorgerufen werden. Die Restklaffen werden abstandsgewichtet auf die Nachbarpunkte übertragen, sodass abrupte Veränderungen vermieden werden. HETTWER (2003) berücksichtigt auch Restklaffen, die durch die Einhaltung geometrischer Bedingungen hervorgerufen werden.

Berücksichtigung topologischer Relationen zwischen verschiedenen Objekten

Bei der Integration von DGM und zweidimensionalen Vektordaten müssen topologische Relationen generell nur dann berücksichtigt werden, wenn sich die Lage der Objekte verändert. Dieses ist bei den in den Abschnitten 3.1 und 3.2 vorgestellten Ansätzen nicht der Fall.

Im Gegensatz dazu finden bei der Integration zweidimensionaler Vektordaten (Abschnitt 3.3) ausschließlich Veränderungen in der Lage statt. SCHOLZ (1992) berücksichtigt die Einhaltung topologischer Relationen nicht. HETTWER (2003) hingegen weist darauf hin, dass die topologische Struktur der Daten gestört werden kann, wenn zum Beispiel die Verbesserungen benachbarter Punkte unterschiedliche Vorzeichen besitzen. HETTWER (2003) schlägt die Einführung zusätzlicher Beobachtungen vor, die im Falle der Störung der topologischen Struktur deren Verbesserungen ansteigen lässt. Dennoch kann grundsätzlich nicht gewährleistet werden, auf diese Weise ein topologisch korrektes Ergebnis zu erzielen.

Berücksichtigung der Datenqualität

ROUSSEAUX & BONIN (2003) weisen den Objektpunkten Höhenwerte zu, die entweder der attributiven Höheninformation der Objekte oder dem DGM entstammen. Generell erhalten die attributiven Höhen ein höheres Gewicht als die interpolierten Höhen, da die Vektordaten eine höhere Aktualität aufweisen als das DGM. Somit wird den Objektpunkten die attributive Höhe zugewiesen, die Interpolation mit Hilfe des DGM dient ausschließlich der Überprüfung geometrischer Bedingungen. Auch die Lagekoordinaten der Vektordaten werden generell als fehlerfrei eingeführt, d.h. deren Qualität wird bei der Integration nicht berücksichtigt.

SCHOLZ (1992) und HETTWER (2003) berücksichtigen die Qualität der Daten, indem die Koordinaten der Punkte als direkte Beobachtungen in das Ausgleichungsverfahren eingeführt werden. Somit ist es möglich, jedem Punkt mit innerhalb des stochastischen Modells eine individuelle Genauigkeit zuzuweisen.

Invarianz der sich durch die geometrische Integration ergebenden Oberfläche

KLÖTZER (1997) und LENK (2001) fordern die Invarianz der sich durch die geometrischen Integration ergebenden Oberfläche. Diese Forderung wird von KLÖTZER (1997) nicht erfüllt, da er nach dem Einfügen eines Punktes in das Dreiecksnetz das Delaunay-Kriterium wiederherstellt. Hierdurch können Dreieckskanten umgeklappt werden, was die ursprüngliche Oberflächenform des DGM verändert. Wird die Wiederherstellung des Delaunay-Kriteriums unterdrückt, kann die Forderung entsprechend eingehalten werden. LENK (2001) bezeichnet den somit modifizierten Algorithmus als *korrigiertes Verfahren nach* KLÖTZER (1997). LENK (2001) erfüllt die Forderung mit dem von ihm entwickelten *erweiterten radial-topologischen Algorithmus*. Bei ihm entsprechen die Steiner-Punkte den Schnittpunkten zwischen DGM-Dreiecksnetz und Objektgeometrien. Auch bei EGENHOFER et al. (1989) ist die Invarianz hinsichtlich der Oberflächenapproximation gegeben, wenn die Höhen linear mit Hilfe des DGM interpoliert werden. Dieses wird nicht explizit angegeben, ausschließlich die Positionierung der Steiner-Punkte an den Schnittpunkten zwischen DGM-Dreiecksnetz und Objektgeometrie wird erwähnt. ABDELGUERFI et al. (1997) fügen ebenfalls an den Schnittpunkten Steiner-Punkte ein, allerdings werden hier die Höhen nicht linear interpoliert sondern die Höhen der Mittelachse übernommen, um somit horizontale Querprofile zu realisieren. Bei dieser innerhalb der semantischen Integration durchgeführten rein geometrischen Integration werden die Objekteigenschaften nicht zerstört, sodass die semantisch korrekte Beschreibung gewährleistet bleibt. POLIS et al. (1995) führen keine auf einem Dreiecksnetz basierende Integration durch. Sie fügen die Objekt-Polygone als Ganzes in das Dreiecksnetz ein, zusätzlich Punkte werden nicht gebildet. Es ist somit offensichtlich, dass die sich dadurch ergebende Oberfläche extrem von der originären Approximation des Reliefs durch das DGM abweichen kann. SIMONSE et al. (2000) und STOTER (2004) führen eine bedingte Delaunay-Triangulation durch, um die Objektgeometrien in das DGM-Dreiecksnetz zu integrieren. Bzgl. des Einfügens zusätzlicher Steiner-Punkte machen SIMONSE et al. (2000) keine Angaben. STOTER (2004) hingegen führt Steiner-Punkte ein, doch liegen diese in der Regel nicht an den Positionen der Schnittpunkte zwischen Objektgeometrie und DGM-Dreiecksnetz, sodass die Oberflächenform durch die Integration verändert wird. In beiden Arbeiten wird eine rein geometrische Integration vorgenommen. ROUSSEAUX & BONIN (2003) verändern ebenfalls die originäre Oberfläche. Sie führen eine konforme Delaunay-Triangulation durch. Das Dreiecksnetz wird derart verdichtet, dass das Delaunay-Kriterium erfüllt wird und gleichzeitig die Objektgeometrien durch Kanten des integrierten Datensatzes repräsentiert werden. Das Verfahren ähnelt dem Verfeinerungsalgorithmus von RUPPERT (1995), doch machen ROUSSEAUX & BONIN (2003) keine expliziten Angaben hinsichtlich des verwendeten Algorithmus. Eine ähnliche Vorgehensweise hat STOTER (2004) untersucht, doch kommt sie zu dem Schluss, dass dieses für die Integration von DGM und zweidimensionalen Vektordaten ungeeignet ist, da es zu einer Vielzahl von Dreiecken und somit zu einer großen Anzahl redundanter Daten führen kann.

Eindeutigkeit der geometrischen Integration

Die meisten Verfahren sind hinsichtlich des integrierten Dreieecksnetzes nicht eindeutig. KLÖTZER (1997) erwähnt, dass das von ihm entwickelte Verfahren nicht eindeutig ist. Je nach Reihenfolge bei der Integration können unterschiedliche Dreiecksnetze entstehen. Auch LENK (2001) erzielt kein eindeutiges integriertes Dreiecksnetz. Dieses hängt mit dem Vorgehen beim Löschen der redundanten Daten zusammen, da nach dem Löschen der Punkte lokal Polygon-Triangulationen durchgeführt werden, die je nach Wahl des Startpunktes zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Auch EGENHOFER et al. (1989) und ABDELGUERFI et al. (1997) kommen zu keinem eindeutigen Ergebnis. SIMONSE et al. (2000) und STOTER (2004) führen eine bedingte bzw. eine verfeinerte bedingte Delaunay-Triangulation durch, um die Objektgeometrie in das DGM-Dreiecksnetz zu integrieren. Dieses führt nur zu einem eindeutigen Ergebnis, wenn das durch die Integration einer Zwangskante beeinflusste Gebiet einem bestimmten Kriterium entsprechend optimiert wird. Dieses kann zum Beispiel die Maximierung des minimalen Dreieckswinkels sein, wobei die Autoren diesbezüglich keine Angaben machen. ROUSSEAUX & BONIN (2003) erhalten ein eindeutiges Integrationsergebnis. Das Dreiecksnetz wird mit Hilfe von Steiner-Punkten in der Weise verdichtet, dass eine gewöhnliche Delaunay-Triangulation genügt, um die Objektgeometrien als Kanten des integrierten Modells zu repräsentieren. Die Punktmenge des integrierten Datensatzes kann dann mit Hilfe einer Delaunay-Triangulation in ein Dreiecksnetz überführt werden. Dieses ist, abgesehen von möglichen degenerierten Fällen, die ROUSSEAUX & BONIN (2003) nicht betrachten, eindeutig.

Redundanzfreiheit der geometrischen Integration

Bzgl. der Redundanzfreiheit macht ausschließlich LENK (2001) Angaben. LENK (2001) verwendet ein so genanntes indirektes Verfahren zur Integration, welches in einem sekundären Schritt redundante Daten aus dem Modell entfernt. Nachteilig ist, dass auf dieser Weise zusätzlich Speicherplatz und Rechenzeit für die Berechnung der redundanten Schnittpunkte sowie das abschließende Löschen dieser Punkte notwendig sind. SIMONSE et al. (2000) führen die Objektgeometrien als Zwangskanten ein, was generell keine redundanten Daten hervorruft, weil keine zusätzlichen Steiner-Punkte eingefügt werden.

3.4.2 Schlussfolgerungen für diese Arbeit

Ein Verfahren zur semantischen Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten kann generell aus zwei Teilen bestehen. Zum Einen ist die Semantik der topographischen Objekte zu berücksichtigen, auf deren Grundlage die Objekte repräsentiert werden. Zum Anderen sind die Daten rein geometrisch zu integrieren.

Ein Großteil der vorgestellten Ansätze zur geometrischen Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten basiert auf einer Triangulation. Ausschließlich das von NETZER & ZIEGLER (2000) vorgestellte Verfahren basiert auf gitterförmig angeordenete Punkte des integrierten Datensatzes. Vorteile eines Dreiecksnetzes sind, unregelmäßig verteilte Punkte sehr gut approximieren zu können, die hohe geometrische Genauigkeit sowie die Möglichkeit, einzelne Objekte gut zu visualisieren. Es ist möglich, morphologisch wichtige Elemente, zum Beispiel Bruchkanten, sowie die Objektgeometrien in ein Dreiecksnetz einzufügen.

Bei einer rein geometrischen Integration von DGM und Objekten werden die Objektgeometrien, d.h. die Punkte und Kanten der Objekte, in das Dreiecksnetz eingeführt, sodass sie Bestandteile des Dreiecksnetzes sind. Die Objektgeometrien sowie das durch das DGM repräsentierte Gelände bleiben bei einer geometrischen Integration unverändert. Bei einer semantischen Integration hängt die geometrische Repräsentation von der Semantik der Objekte ab. Es sind demnach bestimmte Regeln aufzustellen und anzuwenden, die die Semantik der Objekte geometrisch repräsentieren. Die Objektgeometrien werden somit verändert, sodass erst nach dieser Veränderung eine geometrische Integration erfolgen kann. Dieses gilt nicht, wenn von Beginn an das zu integrierende Dreiecksnetz feststeht, mögliche Veränderungen der Daten ausschließlich in der Höhe stattfinden und die geometrische Integration auf einer ebenen Triangulation basiert.

In dem von ABDELGUERFI et al. (1997) publizierten Ansatz werden zum Beispiel Straßen mit Hilfe horizontaler Querprofile sowie horizontaler Straßenkreuzungen modelliert. Bereits zu diesem Zeitpunkt muss auf die Repräsentation der Straße innerhalb des integrierten Datensatzes geachtet werden. So kann sich zum Beispiel an der Position eines Querprofils die Neigung in Fahrtrichtung der Straße ändern, sodass es zwingend notwendig ist, die Querprofile der Straße durch Kanten des integrierten Dreiecksnetzes darzustellen. Zudem muss bedacht werden, dass sich innerhalb der Straße originäre DGM-Punkte befinden können, deren Nicht-Berücksichtigung bei der Objektmodellierung zu einer Erhebung oder einer Senke innerhalb der Straße führen kann. Darüberhinaus ist die Horizontalität eines Querprofils nur in den Punkten der Mittelachse gegeben, in denen in der X,Y-Ebene keine Richtungsänderung stattfindet. Ändert hingegen die Straße ihre Richtung, ist der äußere Rand der Straße in der Regel höher als der innere. Dieses wird in keiner der vorgestellten Arbeiten berücksichtigt.

Eine semantisch korrekte Repräsentation eines Ausschnitts der Umwelt setzt die Einbeziehung der Nachbarschaft voraus. Somit ist es notwendig, das direkt benachbarte Gelände von Gewässern einzubeziehen, da sich dieses über dem Niveau des jeweiligen Gewässers befinden muss. Zudem ist Nachbarschaftstreue zu gewährleisten, um abrupte Veränderungen des Geländes zu vermeiden. Dabei sind die Veränderungen der Objektpunkte auf die Nachbarpunkte zu übertragen, wobei die Veränderungen der Nachbarpunkte in Abhängigkeit der Distanz zwischen Objekt- und Nachbarpunkt einzuführen sind. Somit kann ein gleitender Übergang vom Objekt zum Nachbargelände erzielt werden. SCHOLZ (1992) und HETTWER (2003) untersuchen verschiedene Möglichkeiten, um Änderungen von Punktkoordinaten auf die Nachbarschaft zu übertragen. Ihre Arbeiten beziehen sich dabei auf großmaßstäbige Datensätze, deren Genauigkeit ein Vielfaches höher ist als die in dieser Arbeit zugrunde liegenden Daten. In dieser Arbeit reicht ein einfaches Nachbarschaftsmodell aus, welches dennoch Veränderungen der Lage sowie der Höhe einzelner Objektpunkte berücksichtigt. Wird die Lage eines Punktes verändert, sind zudem topologische Relationen zwischen verschiedenen Objekten und zwischen den Punkten eines Objektes zu beachten.

Die vorgestellten Ansätze zur semantischen Integration (vgl. Abschnitt 3.2) realisieren geometrische Bedingungen durch einfache Höhenzuweisung. Beispielsweise wird den Randpunkten einer Straße häufig die Höhe des Punktes der Mittelachse zugewiesen. Sind zusätzlich weitere Bedingungen einzuhalten, zum Beispiel die maximale Neigung einer Straße in Fahrtrichtung, werden die Auswirkungen der Höhenzuweisung auf die Punkte eines Nachbarprofils schnell unüberschaubar. In den Ansätzen von SCHOLZ (1992) und HETTWER (2003) werden geometrische Bedingungen in Form von Beobachtungsgleichungen eines Ausgleichungsverfahrens formuliert. Dieses hat den Vorteil, dass innerhalb der Ausgleichung allen Objektpunkten Lagekoordinaten und ggf. auch eine Höhe zugewiesen werden, indem die Koordinaten als unbekannte zu schätzende Parameter eingeführt werden. Zusätzlich können durch eine Ausgleichung individuelle Genauigkeitsunterschiede zwischen den Daten berücksichtigt und Nachbarschaftstreue gewährleistet werden. Genauigkeitsunterschiede können mit Hilfe des stochastischen Modells des Ausgleichungsansatzes eingeführt werden. Das gleiche gilt für eine vom Abstand zwischen Objekt und Nachbarschaft abhängige Veränderungen von Geländehöhen. Höhenrelationen, zum Beispiel über dem Gewässer liegende benachbarte Geländepunkte, können dagegen nicht durch Beobachtungen formuliert werden. Stattdessen können Ungleichungen verwendet werden, auch topologische Relationen können mit Hilfe von Ungleichungen ausgedrückt werden.

Werden die Objektpunkte unter Berücksichtigung der semantischen Korrektheit ermittelt, ist es möglich, die Objektgeometrien als Zwangskanten in das DGM-Dreiecksnetz einzuführen. Das bedeutet, dass bei der geometrischen Integration nach der Art der Objektgeometrie unterschieden werden muss. Sind Objekte nicht Bestandteil einer semantisch korrekten Beschreibung des Geländes, ist die Höheninformation dem DGM zu entnehmen. In diesem Fall sollte das durch das DGM repräsentierte Gelände in diesem Bereich durch die geometrische Integration nicht verändert werden. Werden hingegen die Objektpunkte unter Berücksichtigung der semantischen Korrektheit bestimmt, dürfen die bereits 2.5-dimensional vorliegenden Objektgeometrien nicht verändert werden, weil die Höheninformation bereits in den Geometrien enthalten ist. Somit reicht die Einführung der Objektkanten als Zwangskanten aus.

Um ein eindeutiges geometrisches Integrationsergebnis zu erzielen, müssen bei der Integration der Objektkanten, unabhängig davon, ob sie in Form von Zwangskanten oder mit Hilfe eines zu dem Ansatz von LENK (2001) vergleichbaren Verfahrens eingeführt werden, lokale Optimierungskriterien berücksichtigt werden. Dieses kann zum Beispiel die Maximierung der minimalen Dreieckswinkel sein. Redundanzfreiheit ist bei der Einführung der Objektkanten als Zwangskanten von vornherein gegeben. Werden Objektgeometrien geometrisch integriert, deren Höhen nicht einer semantisch korrekten Beschreibung des Geländes entstammen, sind zusätzlich die Schnittpunkte zwischen Objektgeometrie und ursprüngliches DGM-Dreiecksnetz einzuführen. Schnittpunkte zwischen Objektgeometrie und bereits zusätzlich eingefügten Kanten sind zu verwerfen. Diese tragen nichts zur Repräsentation des integrierten Modells bei.

Zusammenfassend sollte ein Verfahren zur semantischen Integration von DGM und zweidimensionalen Objekten aus zwei Schritten bestehen. In einem ersten Schritt werden die Objekte entsprechend aufbereitet, um die Semantik der Objekte mit Hilfe geometrischer Bedingungen formulieren zu können. Die Bedingungen werden dabei in Form von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen einem Ausgleichungsverfahren zugeführt. Die Ergebnisse des Verfahrens gehen in einem zweiten Schritt in die geometrische Integration ein, wobei nach Art der Objektgeometrie zu differenzieren ist.

4 Ein neues Verfahren zur semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und Digitalen Geländemodellen

Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren basiert auf einem Digitalen Geländemodell (DGM), das in Form eines Dreiecksnetzes vorliegt. Die Integration der zweidimensionalen Objekte und des DGM führt zu einem integrierten Dreiecksnetz. Ziel des Verfahrens ist es, einen Datensatz zu erhalten, der die Semantik der Objekte innerhalb des integrierten Dreiecksnetzes korrekt wiedergibt.

Abb. 15 stellt den Ablauf des Verfahrens in Form eines Diagramms dar. Die Punkte des DGM werden zunächst mit Hilfe einer bedingten Delaunay-Triangulation in ein DGM-Dreiecksnetz überführt. Die Objekte werden dem Maßstabsbereich entsprechend und unter Berücksichtigung der Darstellbarkeit einer objektspezifischen Repräsentationsform modelliert. Hierbei werden die Höheninformationen des DGM berücksichtigt. Das DGM-Dreiecksnetz und die Objekte bilden die Basis für Gleichungen und Ungleichungen, welche die Semantik der Objekte in mathematischer Form repräsentieren. Zusätzlich werden Basisbeobachtungen formuliert, die unter anderem den Bezug zur Nachbarschaft herstellen. Die Gleichungen und Ungleichungen sind Bestandteile eines Optimierungsverfahrens, das zu Veränderungen der Daten führt. Weil tlw. iterativ vorgegangen wird, ist in der jeweils folgenden Iteration die Nachbarschaft erneut festzulegen, was zu veränderten Gleichungen und Ungleichungen führen kann. Nach der Optimierung wird die geometrische Integration der Daten vorgenommen. Das Ergebnis ist ein integriertes semantisch korrektes Dreiecksnetz, das die Objekte enthält.

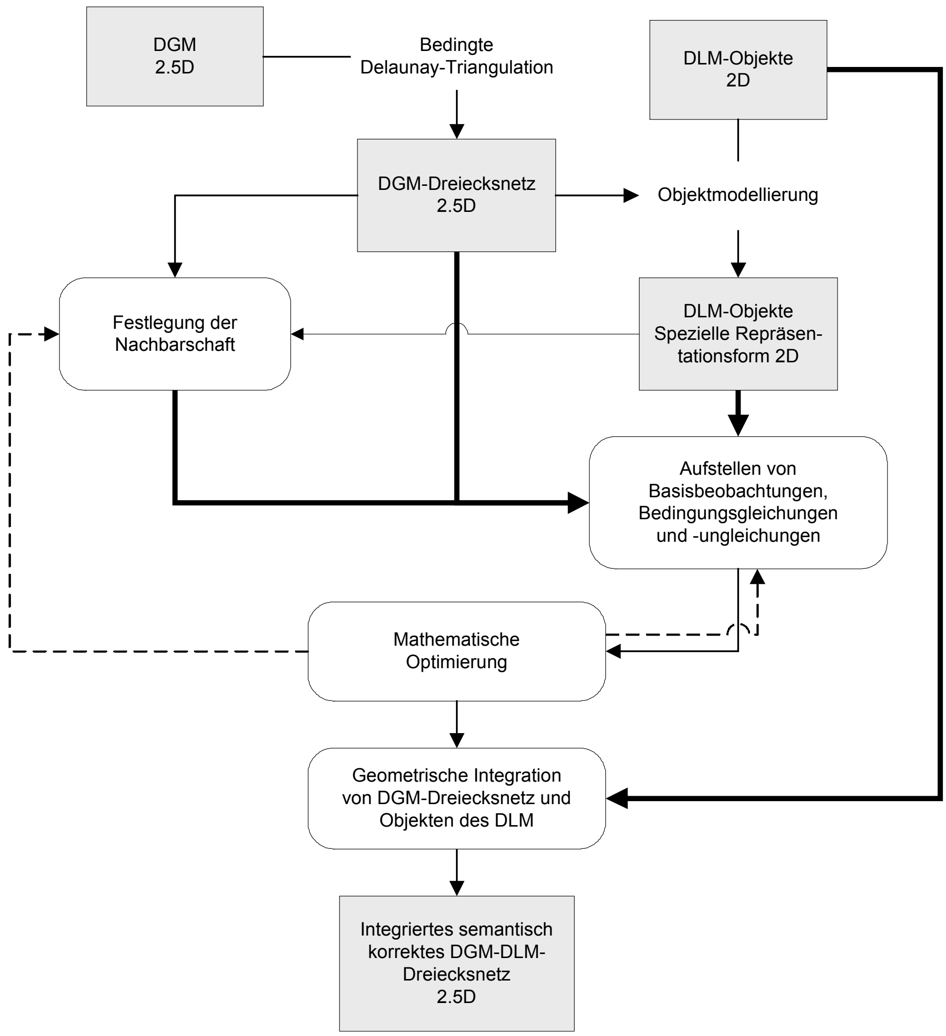


Abb. 15: Ablauf der semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und DGM

Abschnitt 4.1 befasst sich mit der Datenmodellierung. Es wird erläutert, wie die Punkte des DGM in ein bedingtes DGM-Dreiecksnetz überführt werden und wie die zweidimensionalen Objekte in die für die Optimierung und Integration notwendige Repräsentationsform gebracht werden. Abschnitt 4.2 beschäftigt sich mit Fragen zur Nachbarschaft. In der Regel resultieren aus der semantisch korrekten Repräsentation der Objekte Verbesserungen, die es gilt, auf die Nachbarschaft zu übertragen. Somit ist es möglich, Nachbarschaftstreue zu gewährleisten. Die darauf folgenden Abschnitte befassen sich mit zwei Varianten des Verfahrens zur Herstellung der semantischen Korrektheit. Abschnitt 4.3 beschreibt ein Verfahren, das die Höhen der Daten innerhalb eines Optimierungsprozesses schätzt. In dem darauf folgenden Abschnitt 4.4 wird das Verfahren um die Möglichkeit sich ändernder Formen und Positionen der Objekte erweitert. Anschließend wird das stochastische Modell erläutert (Abschnitt 4.5), die geometrische Integration dargestellt (Abschnitt 4.6) und es werden Details zur Implementierung beschrieben (Abschnitt 4.7). Am Ende dieses Kapitels wird das Verfahren bewertet (Abschnitt 4.8).

4.1 Datenmodellierung

4.1.1 Bedingtes DGM-Dreiecksnetz

Die Punkte des DGM werden mit Hilfe einer bedingten Delaunay-Triangulation in ein DGM-Dreiecksnetz überführt. DGM-Punkte sind flächenhaft verteilte Stützpunkte sowie Punkte, die morphologisch relevante Informationen enthalten, so genannte Strukturelemente (z.B. Bruchkanten). Die Stützpunkte sind häufig gitterförmig angeordnet, können aber auch unregelmäßig verteilt sein (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Zunächst werden die Stützpunkte mit Hilfe einer Delaunay-Triangulation in ein Dreiecksnetz überführt, wobei der Divide-and-Conquer-Algorithmus verwendet wird (vgl. Abschnitt 2.2.1). Die zu den Strukturelementen gehörenden Punkte werden in diesem Schritt nicht berücksichtigt. Vor Einführung der Strukturelemente wird überprüft, ob der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten eines Strukturelementes einen zu definierenden Wert überschreitet. Ist dieses der Fall, werden zusätzlich Steiner-Punkte eingefügt. Dieses geschieht aus folgendem Grund: Jeweils zwei benachbarte Punkte eines Strukturelementes bilden eine Zwangskante des bedingten Dreiecksnetzes. Diese Kante darf somit von keiner anderen Kante des Dreiecksnetzes geschnitten werden. Ist gleichzeitig der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten eines Strukturelementes wesentlich größer als der mittlere Abstand zweier Stützpunkte, können in der Umgebung dieser Zwangskante sehr schmale, spitze Dreiecke auftreten. Die zusätzlich eingefügten Steiner-Punkte verhindern dieses. Der maximale Abstand richtet sich nach der mittleren Punktdichte der Stützpunkte, wobei davon ausgegangen wird, dass die Punkte homogen über das zu triangulierende Gebiet verteilt sind. Gemäß STOTER (2004) wird die zweifache mittlere Punktdichte der Stützpunkte als maximaler Abstand zweier Punkte eines Strukturelementes gewählt. Die Punkthöhen der Steiner-Punkte werden linear zwischen den Punkthöhen des jeweiligen Strukturelementes interpoliert, sodass die zusätzlich einzufügenden Punkte keine Veränderungen der Oberfläche des Dreiecksnetzes bewirken. Die Steiner-Punkte werden mit Hilfe eines inkrementellen Einfügealgorithmus (s. Abschnitt 2.2.1) in das DGM-Dreiecksnetz eingefügt. Um die Zwangskanten zu integrieren, werden diejenigen Kanten des Dreiecksnetzes gelöscht, welche die Strukturelemente schneiden. Die Zwangskanten werden in das Dreiecksnetz eingefügt und die sich dadurch auf der linken und rechten Seite der Zwangskante ergebenden Polygone werden mit Hilfe einer Polygon-Triangulation trianguliert (s. Abschnitt 2.2.4). Das Ergebnis ist ein bedingtes DGM-Dreiecksnetz, dass die Strukturelemente in Form von Zwangskanten enthält.

4.1.2 Repräsentation topographischer Objekte

Die zweidimensionalen Objekte müssen in der Form repräsentiert werden, dass sie dem Maßstabsbereich entsprechend dargestellt werden können. Gleichzeitig muss gewährleistet sein, dass sie in das DGM-Dreiecksnetz integriert werden können, ohne ihre durch die Optimierung ermittelte Form und Position zu verändern. Die Untersuchungen in dieser Arbeit beschränken sich auf den Maßstabsbereich 1:5000 bis 1:25000. Es ist jedoch möglich, den hier beschriebenen Ansatz auf Problemstellungen anderer Maßstäbe zu übertragen.

Tab. 1: Objekte mit impliziter Höheninformation und deren Beschreibung in der XY-Ebene und bei Betrachtung der Höhe Z

Objektart	Objektbeschreibung	
	XY	Z
Straße, Weg	Lang gestreckt Breite begrenzt und nahezu konstant Begrenzte Krümmung	Begrenzte Neigungen und Krümmungen in Fahrtrichtung und quer zur Fahrtrichtung
Schienenbahn	Lang gestreckt Breite begrenzt Begrenzte Krümmung	Begrenzte Neigungen und Krümmungen in Fahrtrichtung
Strom, Fluss, Bach	Lang gestreckt Breite begrenzt	Abfallendes Niveau in Fließrichtung Ansteigendes angrenzendes Gelände
Kanal, Graben	Lang gestreckt Breite begrenzt und nahezu konstant	Horizontal Ansteigendes angrenzendes Gelände
Parkplatz, Sportplatz, Landebahn, Rollbahn	Fläche begrenzter Größe	Horizontal
Binnensee, Stausee, Teich Hafenbecken	Fläche begrenzter Größe	Horizontal Ansteigendes angrenzendes Gelände

In der Realität haben alle Objekte gemeinsam, dass sie sich absolut auf ein gemeinsames Koordinatensystem beziehen, wobei zwischen Lage- und Höhenkomponente unterschieden werden kann. Die Lagekoordinaten liegen zumeist als Gauß-Krüger- oder UTM-Koordinaten vor. Die Höhe ist physikalisch definiert und kennzeichnet den Abstand eines Punktes von einer Niveaufläche. Die Objekte enthalten ausschließlich Lagekoordinaten. Ein absoluter Höhenbezug ist nicht vorhanden und nur wenige Objekte enthalten relative Höheninformationen, die in Form von Attributen gespeichert sind, zum Beispiel die Höhe einer Brücke. Die nicht vorhandene Kenntnis über die Höhe macht es unmöglich, die Objekte absolut dreidimensional zu positionieren. Erst die Integration der zweidimensionalen Objekte und DGM legt die Position der Objekte absolut auch in der Höhe fest. Um ein semantisch korrektes Integrationsergebnis zu erzielen, werden Objekte verwendet, die implizit Höheninformation enthalten. Das heißt, die Höhen sind nicht in Form von Zahlenwerten gespeichert, vielmehr ist aufgrund von Erfahrungswerten bekannt, wie diese Objekte relativ zu anderen Objekten positioniert sind. Die implizite Höheninformation ist nicht in allen Objekten enthalten, so kann zum Beispiel Grünland unzählbar viele Formen aufweisen und es ist nicht möglich, Aussagen über die Neigung, Krümmung und über weitere das Objekt beschreibende Parameter zu treffen. Tab. 1 enthält ausgewählte Objekte, die implizit Höheninformation enthalten. Die linke Spalte enthält die Objektart, wobei Objektarten mit ähnlichen Eigenschaften in einem Feld zusammengefasst sind. Die beiden rechten Spalten enthalten die Beschreibungen dieser Objekte. Dabei geht die Tabellenspalte XY auf die Form und Größe der Objekte ein, die sich bei der Darstellung in der XY-Ebene ergibt. Die Tabellenspalte Z gibt die Form und Größe unter Betrachtung der Höhenkomponente wieder. Zum Beispiel sind Straßen in der Ebene lang gestreckte Objekte mit begrenzter Breite. Die Breite kann vereinfacht als konstant angesehen werden. Zumeist ist der Straßenverlauf nicht geradlinig, doch ist die Krümmung begrenzt. Mehrere Straßen treffen in Knotenpunkten zusammen. Diese kennzeichnen Kreuzungs- und Einmündungsbereiche. Bei Betrachtung der Höhenkomponente kann eine Straße als Objekt mit begrenzter Neigung und Krümmung in und quer zur Fahrtrichtung aufgefasst werden. Es finden keine abrupten Höhenänderungen statt.

Tab. 2: Objekte mit impliziter Höheninformation und deren Repräsentation innerhalb des integrierten Dreiecksnetzes

Objektart	Objektrepräsentation
Straße, Weg Schienenbahn	Geneigte und horizontale Teilebenen
Strom, Fluss, Bach Kanal, Graben	Geneigte Teilebenen (Neigung in Fließrichtung)
Parkplatz, Sportplatz, Landebahn, Rollbahn Binnensee, Stausee, Teich Hafenbecken	Horizontale Ebene

Um eine korrekte Beschreibung und somit eine semantisch korrekte Darstellung des integrierten Datensatzes zu gewährleisten, müssen die in Tab. 1 aufgeführten Objekte im integrierten Dreiecksnetz in der Art repräsentiert werden, welche genau diese Beschreibung erlaubt. Tab. 2 enthält eine Zusammenstellung der Objekte, die bereits in Tab. 1 aufgeführt sind. Ihnen stehen einfache Repräsentationsformen gegenüber.

Die einfachste Repräsentationsform ist die Horizontalebene. Durch eine Horizontalebene können Park- und Sportplätze, Lande- und Rollbahnen sowie Gewässer wie Binnen- und Stauseen, Teiche und Hafenbecken dargestellt werden, wobei das angrenzende Gelände von Gewässern einzubeziehen ist. Lang gestreckte, bzgl. der Höhe geneigte und gekrümmte Objekte, können durch Ebenen approximiert werden. Straßen und Wege bestehen somit aus Schrägebenen, die nur in Fahrtrichtung geneigt sind. Die Querprofile einer Straße sind horizontal bzw. ergeben sich durch Verschneidung benachbarter Ebenen. Ein Strom, Fluss oder Bach wird ebenfalls aus Ebenen zusammengesetzt. Die Breite der Ebenen ist abhängig von der Breite des Gewässers. Die Teilebenen können in Fließrichtung geneigt sein.

4.1.3 Modellierung topographischer Objekte

Die Modellierung der Objekte geschieht 2.5-dimensional, senkrechte Ebenen und Geraden sind somit nicht Bestandteile des Modells. Die Objekte werden aus Ebenen zusammengesetzt (vgl. Abschnitt 4.1.2), die durch Punkte und Linien begrenzt sind. Die begrenzenden Objektpunkte werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Randpunkte bezeichnet. Originäre DGM-Punkte, die sich innerhalb einer Objektbegrenzung befinden, werden Innenpunkte genannt. Rand- und Innenpunkte werden zusammen als Objektpunkte bezeichnet, weil sie das Objekt innerhalb des integrierten Dreiecksnetzes repräsentieren. DGM-Punkte außerhalb des Objektes, die in dem Optimierungsverfahren berücksichtigt werden, sind Nachbarpunkte.

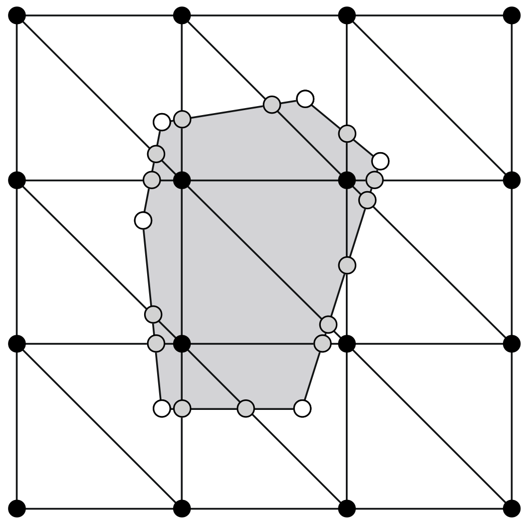


Abb. 16: Modellierung eines Sees, DGM-Dreiecksnetz und Objekt

Randpunkte von Seen sind originäre Punkte oder wurden zusätzlich eingefügt (Steiner-Punkte). In Abb. 16 ist ein See grau dargestellt. Die originären Punkte sind weiß, Steiner-Punkte sind grau gekennzeichnet. In dem Beispiel ergeben sich Steiner-Punkte durch Verschneidung des Objektpolygons mit dem DGM-Dreiecksnetz.

Flüsse werden ebenfalls durch originäre Randpunkte und Steiner-Punkte begrenzt (Abb. 17a), doch werden sie durch eine Vielzahl von Teilebenen approximiert. Um die Größe und Begrenzung dieser Ebenen festzulegen, ist die Reihenfolge der Objektpunkte in Fließrichtung des Gewässers zu ermitteln. Die Fließrichtung ist generell be-

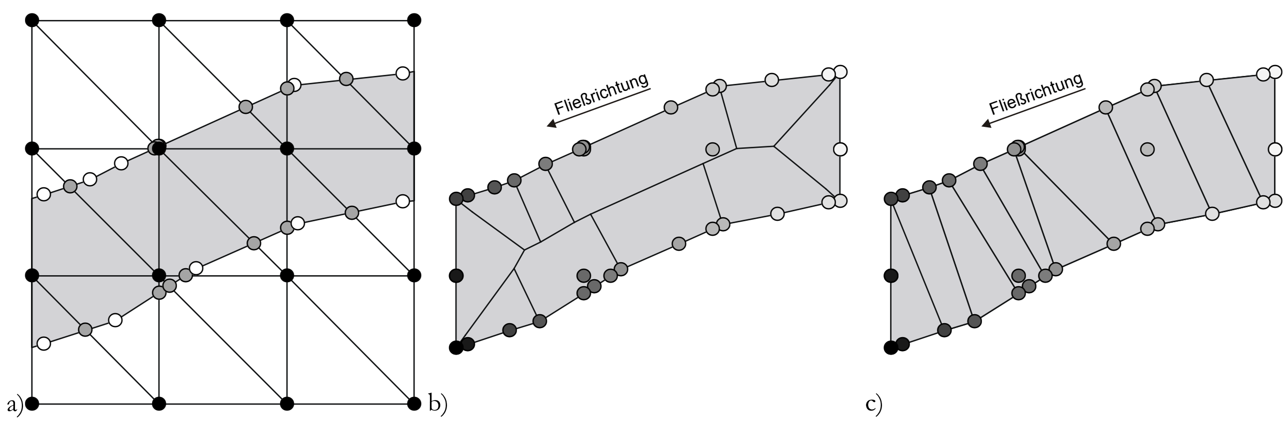


Abb. 17: Modellierung eines Flusses, a) DGM-Dreiecksnetz und Objekt, b) Geradliniges Skelett des Objektpolygons, die Reihenfolge der Punkte in Fließrichtung des Gewässers ist durch deren Grauwert gekennzeichnet, c) Repräsentation des Flusses durch Teilebenen

kannt. Zur Festlegung der Reihenfolge wird als erstes das Objektpolygon mit dem Algorithmus von FELKEL & OBDRŽÁLEK (1998) skelletiert (vgl. Abschnitt 2.3). Hierbei gehen ausschließlich die originären Randpunkte in die Berechnung ein. Die Mittelachse des Skeletts entspricht der Mittelachse des Flusses (s. Abb. 17b). Die Objektpunkte werden dann in Fließrichtung auf die Mittelachse aufgewinkelt, um mit Hilfe der Fußpunkte die Reihenfolge zu bestimmen. Die entsprechenden Punkte sind in Abb. 17b durch unterschiedliche Grauwerte gekennzeichnet. Je dunkler der Grauwert, desto weiter ist der Punkt von der Quelle entfernt und desto geringer sollte der Höhenwert des Punktes sein. Um die Begrenzungen der Teilebenen festzulegen, werden Randpunkte miteinander verbunden. Hierzu wird derjenige Punkt als Startpunkt festgelegt, der die kürzeste Entfernung zur Quelle besitzt. Ausgehend vom Startpunkt werden zwei Punkte bestimmt, die auf entgegengesetzten Uferseiten liegen und die Ebene in Fließrichtung begrenzen. Die Punkte müssen in Fließrichtung direkt aufeinander folgen und dürfen nicht Teil der Begrenzung der vorigen Teilebene sein. Die auf diese Weise ermittelten Ebenen sind in Abb. 17c dargestellt.

Bei Straßen wird die Größe der Teilebenen quer zur Fahrtrichtung durch die Straßenbreite festgelegt. In Fahrtrichtung hängt die Größe von der Anordnung der Objektpunkte der Mittelachse ab. In Abb. 18 werden an den Schnittpunkten zwischen Mittelachse und DGM-Dreiecksnetz Steiner-Punkte eingefügt. Die originären Objektpunkte sind weiß, die Steiner-Punkte sind grau dargestellt. Jeweils zwei Punkte der Mittelachse begrenzen eine Teilebene in Fahrtrichtung der Straße.

Abb. 19 a stellt gepufferte Straßen dar. Die Begrenzungen der Ebenen sind durch schwarze Linien gekennzeichnet, die Mittelachsen sind weiß dargestellt. Die drei Objektteile sind durch einen gemeinsamen Punkt miteinander verbunden. Die Straßenränder sowie die Mittelachse enthalten jeweils die gleiche Anzahl von Punkten, sodass drei Punkte ein Querprofil bilden. In dem Anfangs- bzw. dem Endpunkt einer Straße sowie in den zusätzlich eingefügten Steiner-Punkten existieren horizontale Querprofile. In den weiteren Punkten ergibt sich die Richtung des Querprofils in der x,y-Ebene aus den Winkelhalbierenden des Winkels, der durch drei aufeinander folgende Punkte der Mittelachse gebildet wird.

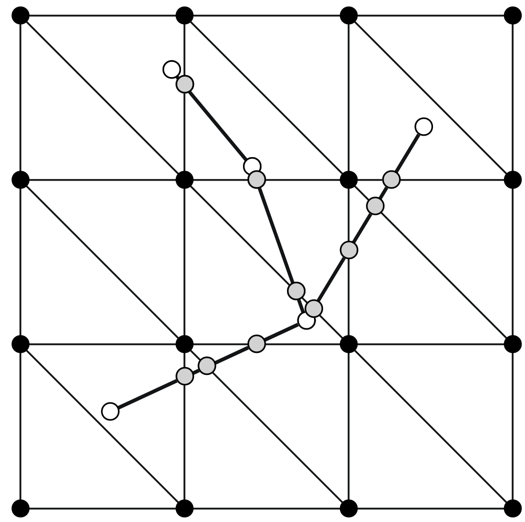
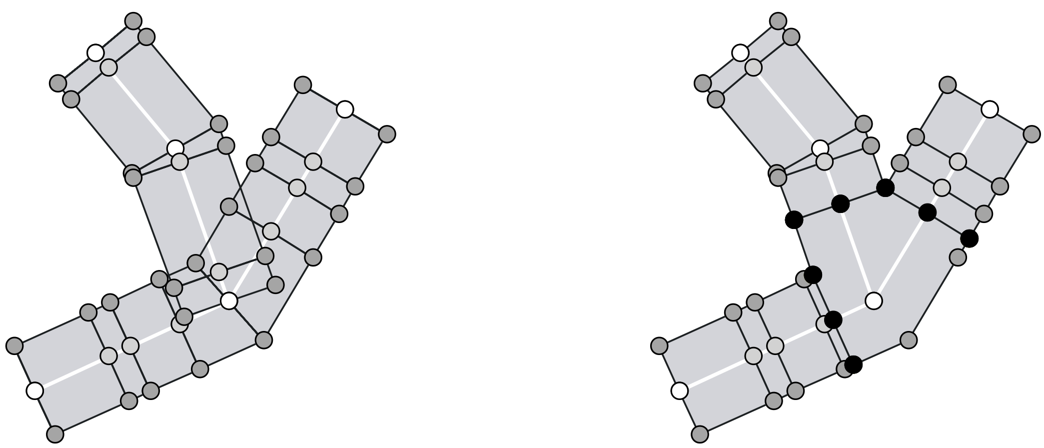


Abb. 18: Verschneidung von Straßen-Mittelachse und DGM-Dreiecksnetz

Kreuzungs- und Einmündungsbereiche werden durch Horizontalebenen dargestellt. In Abb. 19b mündet eine Straße in eine andere. Die Horizontalebene wird durch



a) b)

Abb. 19: Modellierung von Straßen, a) Gepufferte Straßen, b) Modellierung des Einmündungsbereiches zweier Straßen durch eine Horizontalebene drei zusätzlich eingeführte Querprofile begrenzt, wobei jedes dieser Querprofile eine Verbindung zu den von dieser Ebene abgehenden Straße darstellt. Punkte der Mittelachse, die sich zuvor innerhalb der Horizontalebene befanden (Abb. 19a), werden entfernt. Hiervon ausgenommen ist der gemeinsame Verbindungspunkt auf der Mittelachse der Straßen.

In den Punkten, in denen die Straße in der x,y-Ebene eine Richtungsänderung vornimmt, sind die Querprofile gewöhnlich nicht horizontal. Das Querprofil ergibt sich durch Verschneidung der angrenzenden Ebenen. Unterscheiden sich die Koeffizienten von zu verschneidenden benachbarten Ebenen nur wenig voneinander, kann es zu einer schlecht bestimmten Schnittgeraden führen, sodass die Positionen der Randpunkte dieses Querprofils weit von der tatsächlichen Position abweichen. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine vereinfachte Modellierung der Straßen vorgenommen. Das Querprofil in diesen Punkten ergibt sich aus der Winkelhalbierenden des Winkels, der durch drei aufeinander folgende Punkte der Mittelachse gebildet wird. Die Pufferung der Straßen findet somit ausschließlich in der x,y-Ebene statt und der Abstand der Randpunkte eines solchen Querprofils vom Punkt der Mittelachse entspricht nicht der Pufferbreite. Die Straßenränder sind parallel zur Mittelachse, sodass der Abstand der Randpunkte von der Mittelachse größer

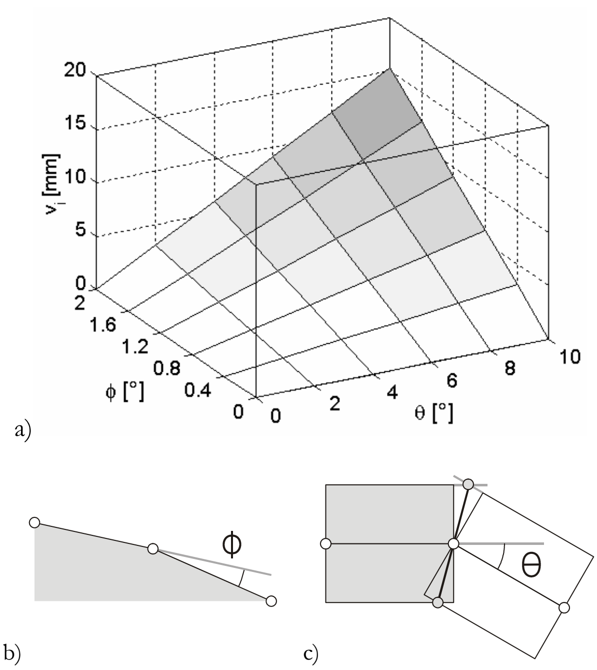


Abb. 20: Auswirkungen der vereinfachten Modellierung einer Straße, a) Fehler in Abhängigkeit der Neigungsdifferenz ϕ und der Richtungsänderung θ, b) Profil der Mittelachse, c) Lage der Randpunkte in nicht-horizontalen Querprofilen

ist als die Pufferbreite. Der durch diese vereinfachte Modellierung verursachte Fehler ist i.d.R. vernachlässigbar. Abb. 20 stellt den durch die Modellierung verursachten Fehler dar. Der Winkel θ kennzeichnet dabei die Differenz der Neigungen der benachbarten Ebenen (vgl. Abb. 20c), der Winkel ϕ gibt Auskunft über die Richtungsänderung in der x,y-Ebene (vgl. Abb. 20b). Bei einer Neigungsdifferenz von 2° und einer Richtungsänderung von 10° wird ein Fehler von 15 mm verursacht. D.h. durch die falsche Position der Randpunkte ergibt sich eine interpolierte Höhe, die 15 mm von der sich an der richtigen Position ergebenden Höhe abweicht.

4.2 Berücksichtigung der Nachbarschaft

Neben den Objekten spielt deren Nachbarschaft für das Verfahren eine entscheidende Rolle. Ein Ziel ist es, die durch die Optimierung hervorgerufenen Veränderungen auf die Nachbarschaft zu übertragen, um somit Nachbarschaftstreue zu gewährleisten. Auch im Hinblick auf eine semantisch korrekte Darstellung der Objekte ist es wichtig, die Nachbarschaft zu berücksichtigen. Zum Beispiel müssen bei Gewässern die Höhen direkt benachbarter Punkte über dem Niveau des Gewässers liegen. Es ist somit die direkte Nachbarschaft des Objektes einzubeziehen. Des weiteren besitzen topologische Relationen eine große Bedeutung, wenn Position und Form von Objekten verändert werden.

4.2.1 Auswahl benachbarter Punkte

Nachbarschaftstreue wird erzielt, indem die Nachbarpunkte von jedem Randpunkt eines Objektes in die Optimierung einfließen (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die Frage ist, welche Punkte zu einem Randpunkt benachbart sind. Es sollen ausschließlich Punkte betrachtet werden, die sich außerhalb des jeweiligen Objektes befinden. Die Objektpunkte, d.h. die Randpunkte und die Innenpunkte, werden in der Optimierung bereits berücksichtigt. Sie sollen somit nicht als Nachbar eines Randpunktes interpretiert werden. Abb. 21 zeigt einen Ausschnitt eines flächenhaften Objektes (dunkelgrau gekennzeichnete Fläche). Das Objekt wird durch Randpunkte begrenzt, von denen drei aufeinander folgende Punkte P_i,P_j,P_k in der Abbildung dargestellt sind. Um die Nachbarschaft des Punktes P_j festzulegen, wird der Bereich außerhalb des Objektes in Winkelsektoren eingeteilt. Die Sektoren können als Kreissegmente interpretiert werden, die maximal einen Winkelbereich von ½π abdecken. Die Radien der Sekto-

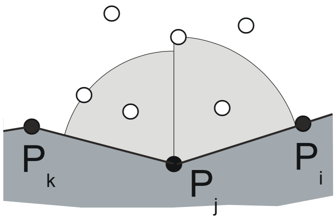


Abb. 21: Nachbarpunkte eines Randpunktes P_j, jeweils zwei Punkte pro Winkelsektor

ren werden vergrößert, bis sich die zu spezifizierende Anzahl von Nachbarpunkten innerhalb des jeweiligen Winkelsektors befindet (vgl. Abschnitt 2.4.1). In Abb. 21 wird der benachbarte Bereich von zwei Winkelsektoren abgedeckt, in denen sich jeweils zwei Punkte befinden. Dieses sind die Nachbarpunkte des Randpunktes P_j.

4.2.2 Direkte Nachbarschaft

Neben der Punktnachbarschaft, welche die Beziehung zwischen Randpunkt und Nachbarpunkt herstellt, sind bei Gewässern direkt benachbarte Punkte zu berücksichtigen. Diese können originäre DGM-Punkte, aber auch Randpunkte anderer Objekte sein. In Abb. 22 ist die direkte Nachbarschaft eines Sees anhand zweier Beispiele dargestellt.

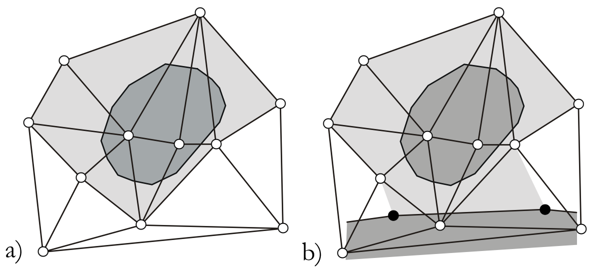


Abb. 22: Direkte Nachbarschaft (hellgraue Fläche) eines Sees (dunkelgraue Fläche), a) Ausschließlich Nachbarpunkte des DGM-Dreiecksnetzes, b) Zusätzlich benachbarte Objektpunkte

In Abb. 22a besteht die direkte Nachbarschaft des Gewässers ausschließlich aus Punkten des DGM-Dreiecksnetzes. Direkte Nachbarn sind diejenigen Punkte, die zu einem Dreieck gehören, das von dem Objektpolygon geschnitten wird und sich außerhalb des Objektes befinden. In der Abbildung werden alle von dem Objekt geschnittenen Dreiecke hellgrau dargestellt. Die direkt benachbarten Punkte müssen nach der Optimierung über dem Niveau des Gewässers liegen, da sonst das Gewässer nicht durch das angrenzende Gelände begrenzt wäre.

Um die direkten Nachbarn eines Objektes zu bestimmen, muss die Situation, die sich später durch die Integration der Daten ergibt, prädiziert werden. In Abb. 22b ist eine Situation dargestellt, in der ein zweites Objekt die direkte Nachbarschaft aus Abb. 22a (hellgrau dargestellte Fläche) schneidet. Nach der Integration sind die Objektbegrenzungen Bestandteile des integrierten Dreiecksnetzes (vgl. Abschnitt 4.6). Wird das Objekt nicht berücksichtigt, befände sich der am weitesten unten liegende direkte Nachbarpunkt zwar über dem Niveau des Gewässers, doch wäre nicht gewährleistet, dass sich der direkt benachbarte Bereich des Nachbarobjektes ebenfalls über dem Niveau befindet. Um dieses zu garantieren, ist die direkte Nachbarschaft um Objektpunkte zu erweitern. Hierbei werden die Randpunkte benachbarter Objekte einbezogen, die den in Abb. 22a dargestellten hellgrauen Bereich schneiden. In Abb. 22b schneidet eine Kante des Objektrandes den hellgrau dargestellten Bereich aus Abb. 22a, sodass die in Abb. 22b schwarz dargestellten Randpunkte berücksichtigt werden müssen. Auch diese Punkte müssen sich über dem Niveau des Gewässers befinden, sodass auch der direkt benachbarte Bereich des zweiten Objektes oberhalb des Gewässerniveaus liegt.

Flüsse besitzen kein konstantes Niveau. Abb. 23 stellt eine Situation dar, in der das dunkelgrau gekennzeichnete Gewässer in westliche Richtung fließt. Basierend auf der in Abschnitt 4.1 vorgenommenen Datenmodellierung wird durch die Fließrichtung festgelegt, dass die Punkte P_i und P_j das gleiche Niveau besitzen oder die Höhe des Punktes P_j geringer ist als die des Punktes P_i. Durch die Integration werden die Randpunkte mit Nachbarpunkten verbunden. In dem speziellen Fall bilden entweder P_i,P_m und P_n ein Dreieck des integrierten Dreiecksnetzes, oder die Punkte P_j,P_m,P_n. Die Nachbarpunkte, die durch eine Kante mit einem Randpunkt des Flusses verbunden sind, müssen sich über dem Niveau des Randpunktes befinden. Um eine Überprüfung der geometrischen Konstellationen zu umgehen, werden beide Punkte P_m und P_n als direkte Nachbarpunkte des Punktes P_i eingestuft. Befindet sich ein weiteres Objekt in direkter Nachbarschaft

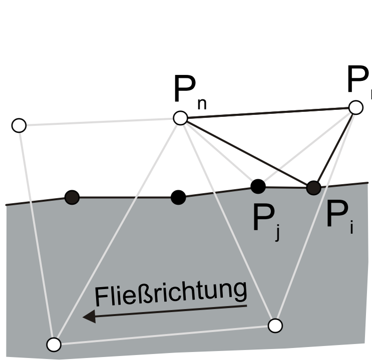


Abb. 23: Direkte Nachbarpunkte eines Flusses

des Flusses, sind die Randpunkte des benachbarten Objektes zu berücksichtigen, wie es zuvor bei Seen erläutert wurde.

Werden nach erfolgter geometrischer Integration zwei Gewässer durch eine Kante des integrierten Dreiecksnetzes verbunden, ist dieses semantisch nicht korrekt. Der Grund ist, dass sich zwei Bedingungen widersprechen. Befindet sich ein Gewässer A in direkter Nachbarschaft eines Gewässers B, müsste zum Einen das Niveau von A über dem von B liegen. Zum Anderen müsste sich gleichzeitig das Niveau von B oberhalb von A befinden. In diesen Bereichen wird die direkte Nachbarschaft beider Gewässer nicht berücksichtigt. Stattdessen werden nach der geometrischen Integration Punkte auf der jeweiligen Dreieckskante eingefügt, wobei die Höhen dieser Punkte über dem Niveau von A und B liegen müssen.

4.2.3 Topologische Relationen zwischen Objekten

Es sind verschiedene topologische Relationen zwischen den Objekten See, Fluss und Straße möglich (s. Abb. 24). Straßen sind ggf. durch Kreuzungen und Einmündungen mit anderen Straßen verbunden (s. Abb. 24a). Gewässer können zu anderen Gewässern benachbart sein. Abb. 24b, c und d stellen die Nachbarschaft zweier Gewässer dar. Die direkte Nachbarschaft der Gewässer ist hellgrau gekennzeichnet. Die Bereiche überdecken jeweils Bereiche des benachbarten Objektes. Das heißt, eine Integration würde zu Dreieckskanten führen, die beide Objekte miteinander verbinden, was semantisch nicht korrekt wäre, was aber nach der geometrischen Integration behoben wird (vgl. Abschnitt 4.2.2). Befinden sich Straßen in direkter Nachbarschaft von Gewässern, so sind die Objektpunkte von Straßen in Form von Höhenrelationen zwischen Gewässer und Straße einzubeziehen (Abb. 24e und f, vgl. auch Abschnitt 4.2.2). Denkbar ist auch, dass Straßen in Gewässer führen, wie es zum Beispiel bei Fähranlegern der Fall ist (Abb. 24g und h). Flüsse können in einen See oder in einen anderen Fluss münden (Abb. 24i und j).

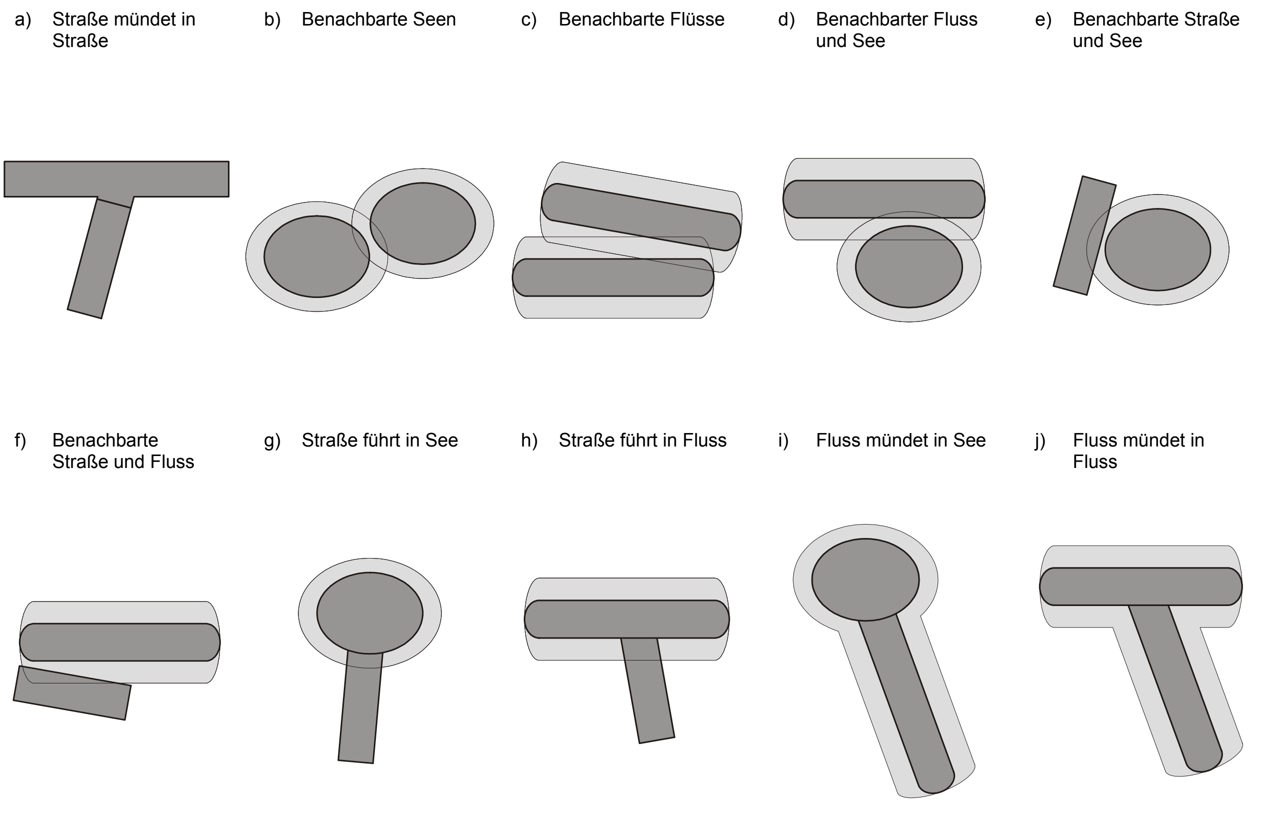


Abb. 24: Mögliche topologische Relationen zwischen den Objekten See, Fluss und Straße; die Objekte sind dunkelgrau, die direkte Nachbarschaft ist hellgrau dargestellt

4.3 Semantische Integration durch Korrektur von Höhenwerten

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren verändert ausschließlich die Höhenwerte der Daten, um in der anschließenden geometrischen Integration ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen. Die Höhenwerte sind die der originären DGM-Punkte sowie die durch Interpolation entstandenen Höhenwerte der Randpunkte der Objekte bzw. bei Straßen auch die der Mittelachse.

Nachfolgend werden die in die Optimierung eingehenden Basisbeobachtungen, Bedingungsgleichungen und Bedingungsungleichungen vorgestellt. Basisbeobachtungen sind diejenigen Beobachtungen, die praktisch bei allen in dem Verfahren zu berücksichtigenden Objekten auftreten, sie repräsentieren keine Bedingungen. Das heißt, sie können große Verbesserungen aufweisen und das entsprechende Objekt kann dennoch semantisch korrekt repräsentiert werden. Die Bedingungsgleichungen und -ungleichungen repräsentieren die Semantik der Objekte und bewirken demnach deren semantisch korrekte Darstellung. Die exakte Einhaltung dieser Bedingungen entspricht der korrekten Darstellung der Objekte bzgl. ihrer Semantik. Die Erläuterungen beschränken sich auf die Objektarten Straße, See und Fluss, doch können die Ausführungen auf weitere Objekte übertragen werden.

4.3.1 Basisbeobachtungen

Punktkoordinaten und Höhendifferenzen bilden die Basisbeobachtungen. Alle Punkte eines für die Optimierung relevanten Objektes werden als Basisbeobachtungen berücksichtigt. Eine Ausnahme bilden Seen sowie Kreuzungen und Einmündungsbereiche von Straßen. Deren Punkte werden in Form von Bedingungsgleichungen in den Optimierungsprozess einbezogen (s. Abschnitt 4.3.2). Höhendifferenzen sind zwischen den Randpunktes eines Objektes und ihren Nachbarpunkten zu bilden. Sie stellen somit die Beziehung zwischen Objekt und dem benachbarten Gelände dar. Zusätzlich werden Höhendifferenzen zwischen Nachbarpunkten als Beobachtungen eingeführt. Um die Nachbarschaft festzulegen, d.h. die Anzahl und Verteilung der zu einem Randpunkt benachbarten Punkte, wird das in Abschnitt 4.2 beschriebene Nachbarschaftsmodell verwendet.

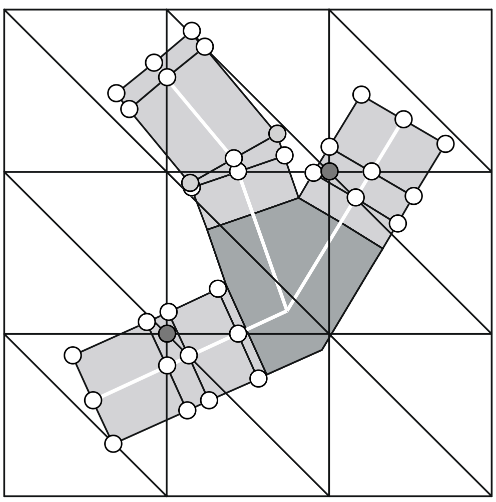


Abb. 25: Basisbeobachtung Punkthöhe bei Straßen

Straßen werden durch Ebenen approximiert (Abschnitt 4.1.3). Straßenkreuzungen und Einmündungsbereiche von Straßen werden durch Horizontalebenen repräsentiert, die restlichen Ebenen können geneigt sein. In Abb. 25 sind die Straßen aus einer Horizontalebene (dunkelgrau dargestellte Fläche) sowie weiteren Schrägebenen (hellgrau dargestellte Flächen) zusammengesetzt, die jeweils durch Querprofile begrenzt werden. Die Mittelachsen der Straßen sind durch weiße Linien gekennzeichnet.

Die Höhen der Punkte, die nicht zu einer Horizontalebene gehören, bilden Basisbeobachtungen der folgenden Form:

$$0 + v_i = \hat{Z}_i - Z_i\left(X_i, Y_i, Z_u, Z_v, Z_w\right) \qquad (4.1)$$

Hierin bezeichnet $\hat{Z}_i$ die unbekannte zu schätzende Höhe des Punktes P_i und Z_i die an der Position X_i, Y_i interpolierte Höhe. Die Interpolation wird linear im Dreieck P_u, P_v, P_w mit Hilfe der originären DGM-Höhen Z_u, Z_v, Z_w durchgeführt. Das heißt, die Beobachtungsgleichungen drücken die Differenz zwischen geschätzter und interpolierter Höhe aus. In Abb. 25 sind die Punkte, deren Höhen durch Beobachtungsgleichung (4.1) berücksichtigt werden, weiß und hellgrau dargestellt. Die hellgrauen Punkte sind Randpunkte, die zu einem Querprofil gehören, dass nicht zwingend horizontal ist (vgl. Abschnitt 4.1.3).

Innenpunkte besitzen bereits eine Höhe Z_i, da diese Punkte originäre Punkte des DGM-Dreiecksnetzes sind. In Abb. 25 sind diese Punkte dunkelgrau dargestellt, wobei wiederum nur diejenigen Punkte betrachtet werden, die sich innerhalb einer Schrägebene befinden. Die Basisbeobachtung für die Höhe eines dieser Punkte lautet:

$$0 + v_i = \hat{Z}_i - Z_i \qquad (4.2)$$

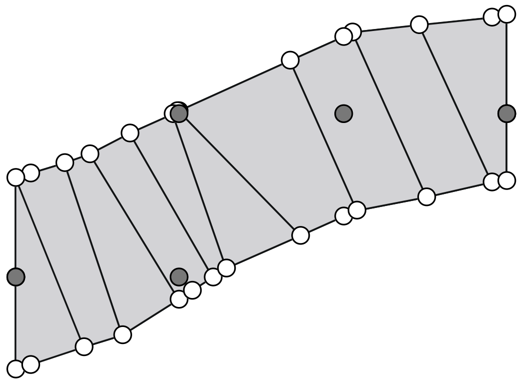


Abb. 26: Basisbeobachtung Punkthöhe bei einem Fluss

Flüsse werden ebenfalls durch Ebenen approximiert (vgl. Abb. 26). Im Gegensatz zu Straßen können bei Flüssen sämtliche Ebenen geneigt sein. Die Randpunkte des Gewässers werden durch Gleichung (4.1) berücksichtigt. Die Berücksichtigung der Höhen von Innenpunkten geschieht durch Gleichung (4.2). Die links und rechts dunkelgrau dargestellten Punkte sind keine Randpunkte des Objektes, da in der Abbildung nur ein Ausschnitt des Objektes dargestellt ist.

Eine zweite Gruppe von Basisbeobachtungen wird durch Höhendifferenzen gebildet. Diese stellen die Differenz zwischen Randpunkthöhen und Höhen von Nachbarpunkten, sowie nur zwischen Nachbarpunkten dar. Da die Nachbarpunkte originäre Punkte des DGM-Dreiecksnetzes sind, werden sie ebenfalls durch Gleichung (4.2) berücksichtigt. Die Basisbeobachtung Höhendifferenz zwischen Rand- und Nachbarpunkt wird wie folgt ausgedrückt:

$$0 + v_i = \left(\hat{Z}_i - \hat{Z}_j\right) - \left(Z_i\left(X_i, Y_i, Z_u, Z_v, Z_w\right) - Z_j\right) \tag{4.3}$$

Z_i ist die an der Position X_i, Y_i interpolierte Höhe des Randpunktes, Z_j ist die originäre Höhe des Nachbarpunktes. $\hat{Z}_i$ und $\hat{Z}_j$ sind die durch die Optimierung ermittelten Höhen der Punkte P_i und P_j.

Höhendifferenzen zwischen Nachbarpunkten werden durch folgende Gleichung berücksichtigt:

$$0 + v_i = \left(\hat{Z}_i - \hat{Z}_j\right) - \left(Z_i - Z_j\right) \tag{4.4}$$

Beide Punkte besitzen originäre Höheninformation, eine Interpolation entfällt.

Bei Randpunkten, die einer Horizontalebene angehören, wird lediglich eine Höhe $\hat{Z}_e$ geschätzt. Die Höhendifferenz zwischen solch einem Randpunkt und einem Nachbarpunkt lautet:

$$0 + v_i = \left(\hat{Z}_e - \hat{Z}_j\right) - \left(Z_i\left(X_i, Y_i, Z_u, Z_v, Z_w\right) - Z_j\right) \tag{4.5}$$

$\hat{Z}_e$ ist dabei die zu schätzende Höhe der Horizontalebene. Gleichung (4.5) gilt für Höhendifferenzen, die Nachbarpunkte mit Randpunkten eines Kreuzungs- oder Einmündungsbereiches einer Straße sowie mit Randpunkten eines Sees verbinden.

Weil Flüsse ausschließlich aus Schrägebenen bestehen, wird die Beziehung zwischen Gewässer und Nachbarschaft durch Gleichung (4.3) ausgedrückt.

4.3.2 Bedingungsgleichungen

Bedingungsgleichungen werden durch Pseudobeobachtungen realisiert. Die Einhaltung dieser Bedingungen kann durch entsprechend hohe Gewichtung erreicht werden (vgl. Abschnitt 4.5). Die Bedingungsgleichungen stellen zusammen mit den Bedingungsungleichungen (s. Abschnitt 4.3.3) die semantisch korrekte Objektdarstellung sicher.

Straßen werden in Kreuzungs- und Einmündungsbereichen durch horizontale Ebenen approximiert (Abb. 27, dunkelgrau dargestellte Fläche). Es wird eine Höhe geschätzt, mit der alle Punkte der Horizontalebene initialisiert werden. Die in Abb. 27 weiß gekennzeichneten Punkte sind Punkte, die die Horizontalebene begrenzen. Die Bedingungsgleichung für Punkte dieser Kategorie lautet:

$$0 + v_i = \hat{Z}_e - Z_i\left(X_i, Y_i, Z_u, Z_v, Z_w\right) \tag{4.6}$$

Darin bezeichnet $\hat{Z}_e$ die unbekannte zu schätzende Höhe der Horizontalebene. Der hellgrau dargestellte Punkt wird ebenfalls durch Gleichung (4.6) berücksichtigt. Dieser liegt innerhalb der Ebene und ist gemeinsamer Punkt aller angrenzenden Objektteile. Der dunkelgrau gekennzeichnete Innenpunkt ist originärer Punkt des DGM-Dreiecksnetzes und wird berücksichtigt durch:

$$0 + v_i = \hat{Z}_e - Z_i \tag{4.7}$$

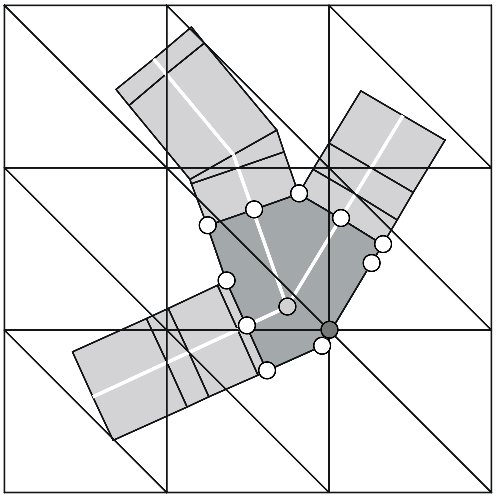


Abb. 27: Bedingungsgleichungen bei Straßen: Horizontalebene in Kreuzungs- und Einmündungsbereichen

Schrägebenen werden durch die Einführung einer Abstandsbedingung realisiert. Abb. 28 stellt exemplarisch die Punkte von drei benachbarten geneigten Ebenen dar, wobei die dunkelgrau gekennzeichneten Punkte eine Horizontalebene und eine Schrägebene miteinander verbinden.

Für die weiß und die hellgrau dargestellten Punkte werden individuelle Höhewerte geschätzt. Die Abstandsbedingung für Punkte dieser Kategorie lautet:

$$0 + v_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1(X_i - X_o) + \hat{a}_2(Y_i - Y_o) - \hat{Z}_i \tag{4.8}$$

$\hat{Z}_i$ ist die unbekannte Höhe des Punktes P_i. $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$ sind die Koeffizienten der Schrägebene, sie gehen als zusätzliche Unbekannte in die Optimierung ein. X_o und Y_o kennzeichnen die Koordinaten des Punktes, in dem der Ursprung eines lokalen Koordinatensystems gelegt wird.

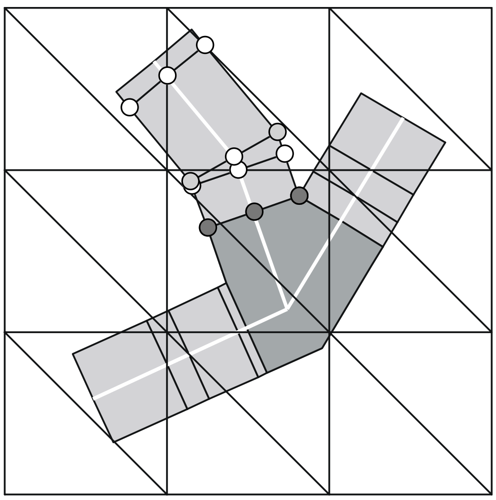


Abb. 28: Bedingungsgleichungen bei Straßen, horizontale Querprofile und Schrägebenen

Für die in Abb. 28 dunkelgrau dargestellten Punkte wird nur die Höhe der Horizontalebene geschätzt, die Bedingungsgleichungen lauten wie folgt:

$$0 + v_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1(X_i - X_o) + \hat{a}_2(Y_i - Y_o) - \hat{Z}_e \tag{4.9}$$

Weil jedes Querprofil aus drei Punkten besteht (Punkt der Mittelachse und zwei Randpunkte), werden für jedes horizontale Querprofil jeweils zwei Bedingungsgleichungen formuliert:

$$0 + v_i = \hat{Z}_i - \hat{Z}_j \tag{4.10}$$

Hierin ist $\hat{Z}_i$ die zu schätzende Höhe der Mittelachse und $\hat{Z}_j$ die Höhe des linken bzw. rechten Randpunktes.

Seen werden durch eine Horizontalebene repräsentiert. Die in Abb. 29 gekennzeichneten weißen Punkte sind Randpunkte des Objektes, sie besitzen keine Höheninformation und werden durch Gleichung (4.6) berücksichtigt. Die Innenpunkte besitzen originäre Höhenwerte und werden mit Hilfe der Bedingungsgleichung (4.7) einbezogen (s. Abb. 29, dunkelgrau dargestellte Punkte).

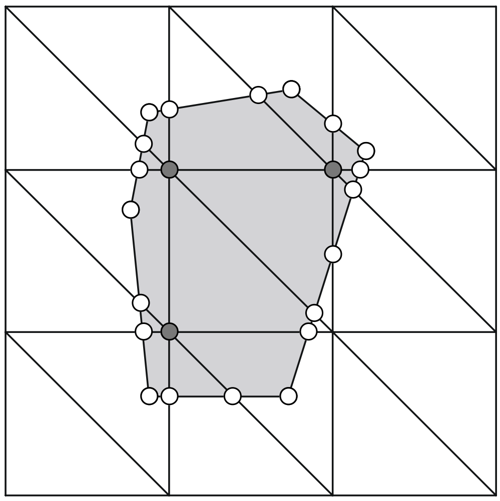


Abb. 29: Bedingungsgleichungen bei Seen, Horizontalebene

Bei Flüssen werden wie bei Straßen Abstandsbedingungen eingeführt, die mit Hilfe von Pseudobeobachtungen formuliert werden. Die Bedingungen werden durch Gleichung (4.8) ausgedrückt. In Abb. 30 sind zwei benachbarte Ebenen eines Flusses dargestellt. Die grau gekennzeichneten Punkte sind Punkte, die beiden Ebe-

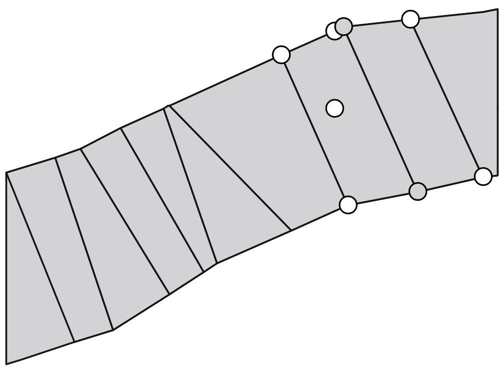


Abb. 30: Bedingungsgleichungen bei Flüssen, Schrägebenen

nen angehören, sodass für diese Punkte Gleichung (4.8) zweimal aufgestellt werden muss, einmal mit den Koeffizienten der einen Ebene, und einmal mit den Koeffizienten der zweiten Ebene.

4.3.3 Bedingungsungleichungen

In Fahrtrichtung einer Straße dürfen Maximalwerte für Neigungen und Krümmungen nicht überschritten werden. Die Krümmung wird durch die Differenz der Neigungen zweier benachbarter Ebenen ausgedrückt. Maximal zulässige Neigungen für zwei aufeinander folgende Punkte P_j und P_k der Mittelachse werden wie folgt formuliert:

$$n_{\max} \geq \left| \frac{\hat{Z}_j - \hat{Z}_k}{s_{jk}} \right| \tag{4.11}$$

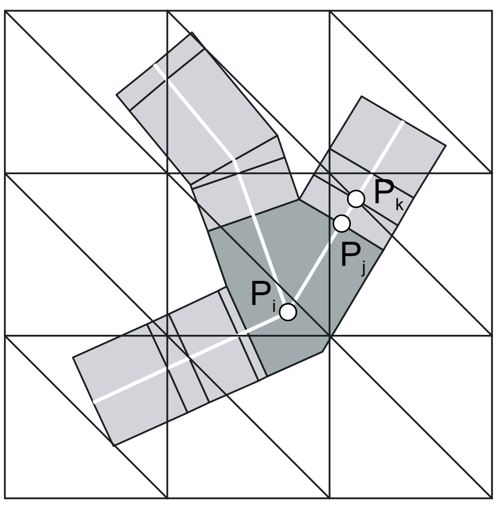


Abb. 31: Bedingungsungleichungen bei Straßen, Neigungen und Neigungsdifferenzen

s_{jk} ist die horizontale euklidische Distanz zwischen den Punkten, $\hat{Z}_j$ und $\hat{Z}_k$ sind die zu schätzenden Höhen. Gehören beide Punkte zu einer Horizontalebene, wird (4.11) nicht aufgestellt, da aufgrund der Horizontalität der Ebene die Ungleichung von vornherein erfüllt ist. Abb. 31 stellt exemplarisch drei aufeinander folgende Punkte der Mittelachse dar. P_i und P_j gehören zu der grau dargestellten Horizontalebene, für diese Punkte wird (4.11) nicht berücksichtigt. Durch Auflösung der Betragsstriche erhält man zwei Ungleichungen, die in die Optimierung eingeführt werden:

$$n_{max} \geq \frac{\hat{Z}_i - \hat{Z}_j}{s_{ij}} \tag{4.12}$$

$$n_{max} \geq -\frac{\hat{Z}_i - \hat{Z}_j}{s_{ij}} \tag{4.13}$$

Maximal zulässige Neigungsdifferenzen werden durch folgende Ungleichung ausgedrückt:

$$k_{max} \geq \left| \frac{\hat{Z}_i - \hat{Z}_j}{s_{ij}} - \frac{\hat{Z}_j - \hat{Z}_k}{s_{jk}} \right| \tag{4.14}$$

(4.14) wird nur dann aufgestellt, wenn mindestens ein Punkt zu einer Schrägebene gehört. In Abb. 31 gehört Punkt P_k zu einer Schrägebene, sodass (4.14) für die Punkte P_i,P_j,P_k aufgestellt wird. Durch Auflösung der Betragsstriche in (4.14) erhält man folgende zwei Ungleichungen:

$$k_{max} \geq \frac{\hat{Z}_i - \hat{Z}_j}{s_{ij}} - \frac{\hat{Z}_j - \hat{Z}_k}{s_{jk}} \tag{4.15}$$

$$k_{max} \geq -\frac{\hat{Z}_i - \hat{Z}_j}{s_{ij}} + \frac{\hat{Z}_j - \hat{Z}_k}{s_{jk}} \tag{4.16}$$

Innerhalb eines integrierten Datensatzes werden Seen durch direkt benachbarte Punkte begrenzt, die sich über dem Niveau des Gewässers befinden müssen. Dieses wird mit Hilfe einer Ungleichung formuliert:

$$-dZ_{\min} \geq \hat{Z}_e - \hat{Z}_j \tag{4.17}$$

$\hat{Z}_e$ ist die zu schätzende Höhe der Horizontalebene, $\hat{Z}_j$ die zu schätzende Höhe eines direkten Nachbarpunktes. $dZ_{\min}$ ist die Höhendifferenz, um die das Nachbargelände mindestens höher sein muss als das Gewässer.

Auch bei Flüssen muss sich das Niveau des angrenzenden Geländes über dem des Gewässers befinden. Während bei Seen nur die Höhe der Horizontalebene geschätzt wird, wird bei Flüssen für jeden Rand- und für jeden Innenpunkt ein individueller Höhenwert geschätzt. Höhenrelationen zwischen Randpunkt und Nachbarpunkt lautet demnach:

$$-dZ_{\min} \geq \hat{Z}_i - \hat{Z}_j \tag{4.18}$$

Hierin bezeichnet $\hat{Z}_i$ die zu schätzende Höhe des Randpunktes und $\hat{Z}_j$ die Höhe des Nachbarpunktes. Das Maß dZ_{min} muss größer als Null sein, da die Ungleichung eine nicht strikte Ungleichung[14] darstellt.

Das Niveau eines Flusses in Fließrichtung muss abfallen bzw. es soll ein konstantes Niveau besitzen. Die Bedingungsungleichung für die Höhenrelation zweier in Fließrichtung aufeinander folgender Punkte lautet:

$$0 \geq \hat{Z}_k - \hat{Z}_l \tag{4.19}$$

$\hat{Z}_l$ ist die zu schätzende Höhe des von der Quelle weiter entfernt liegenden Punktes, $\hat{Z}_k$ die des näher zur Quelle liegenden Punktes.

4.4 Semantische Integration durch Korrektur von Höhenwerten sowie Lage und Form der Objekte

Die nachfolgend beschriebene zweite Form des Verfahrens verändert neben den Höhenwerten der Daten auch Lage und Form der Objekte. Die veränderte Position einzelner Objekte bzw. einzelner Objektpunkte kann dazu führen, dass die Anzahl Basisbeobachtungen, Bedingungsgleichungen und –ungleichungen während der Optimierung zwischen den Iterationen variiert. So kann es zum Beispiel sein, dass die Anzahl Punkte innerhalb eines Gewässers zwischen zwei Iterationen nicht konstant ist und somit Punkte, die zu Beginn zu dem Objekt gehörten im Nachhinein Nachbarpunkte sind.

Bei der Korrektur der Lage und Form topographischer Objekte wird zwischen natürlichen und künstlichen Objekten unterschieden. Die in dieser Arbeit berücksichtigten Objektarten See und Fluss sind natürliche Objekte. Straßen stellen künstliche, vom Menschen erschaffene Objekte, dar. Die Flächen von natürlichen Objekten sind häufig unregelmäßig geformt, sodass es möglich sein soll, Randpunkte individuell zu verschieben. Dieses wird durch die Einführung der Lagekoordinaten der Randpunkte als unbekannte Parameter des Optimierungsverfahrens realisiert. Die Form von Straßen soll grundsätzlich erhalten bleiben. Um dieses zu erreichen, werden ganze Objektteile transformiert. Zu einem Objektteil gehören die Punkte zwischen den horizontalen Querprofilen zweier Kreuzungs- oder Einmündungsbereiche, oder zwischen dem Anfang bzw. dem Ende einer Straße und dem Querprofil einer Kreuzung oder einer Einmündung. Diese Punkte werden mit den gleichen Parametern transformiert. Dabei wird eine ebene 4-Parameter-Transformation angesetzt, deren Parameter geschätzt werden. Geradlinige Straßen bleiben somit auch nach der Optimierung geradlinig, künstlich hervorgerufene Formänderungen eines Objektteils werden vermieden.

Bei Gewässern lauten die Basisbeobachtungen für die Lagekoordinaten eines Randpunktes:

$$\begin{aligned} 0 + v_i &= \hat{X}_i - X_i \\ 0 + v_i &= \hat{Y}_i - Y_i \end{aligned} \tag{4.20}$$

Hierin bezeichnen X_i, Y_i die originären und $\hat{X}_i, \hat{Y}_i$ die zu schätzenden Lagekoordinaten des Randpunktes.

Bei Straßen ergeben sich die korrigierten Lagekoordinaten X_i^t, Y_i^t durch die Transformation. Die Transformationsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} X_i^t &= \hat{X}_0 + \hat{a}(X_i - X_S) + \hat{b}(Y_i - Y_S) + X_S \\ Y_i^t &= \hat{Y}_0 - \hat{b}(X_i - X_S) + \hat{a}(Y_i - Y_S) + Y_S \end{aligned} \tag{4.21}$$

Die Transformation bezieht sich auf den Schwerpunkt X_S, Y_S des Objektteils. $\hat{X}_0, \hat{Y}_0$ bezeichnen die Translationen, $\hat{a}$ und $\hat{b}$ bewirken die Rotation sowie eine maßstäbliche Veränderung des Objektteils. Die Rotation φ und der Maßstab m können aus $\hat{a}$ und $\hat{b}$ wie folgt ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \\ m &= \sqrt{\hat{a}^2 + \hat{b}^2} \end{aligned} \tag{4.22}$$

Um extreme maßstäbliche Veränderungen zu vermeiden, wird der Maßstab m als Beobachtung eingeführt, die dann entsprechend hoch zu gewichten ist (vgl. Abschnitt 4.5):

$$1 + v_i = \sqrt{\hat{a}^2 + \hat{b}^2} \tag{4.23}$$

14 Handelt es sich bei einer Ungleichung um einen Größenvergleich der Form x < y, spricht man von strikter Ungleichung. Im Gegensatz dazu stellt die Ungleichung x ≤ y eine nicht strikte Ungleichung dar (Meyberg & Vachenauer, 1998).

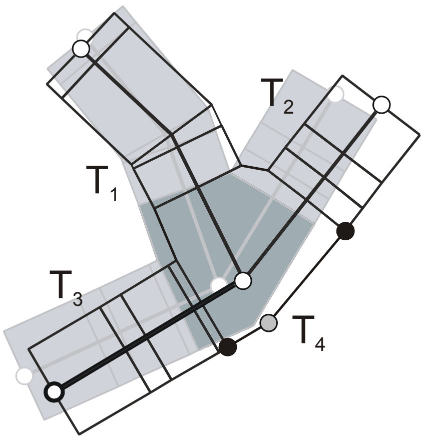


Abb. 32: Objekt Straße: Veränderung der Position durch Transformation

In Abb. 32 sind drei Objektteile dargestellt, sie sind durch die dunkelgrau gekennzeichnete Horizontalebene miteinander verbunden. Die originäre Situation ist grau, die sich durch die Transformation der Objektteile ergebende Situation ist im Vordergrund schwarz gekennzeichnet. In der Abbildung liegen die Objektteile jeweils zwischen zwei Punkten der Mittelachse. Die Objektteile sind durch einen gemeinsamen Punkt miteinander verbunden. Dieser gemeinsame Punkt muss auch nach Durchführung des Optimierungsverfahrens gemeinsamer Punkt der Objektteile sein. Hierzu werden die Lagekoordinaten dieses Punktes als zu schätzende Parameter eingeführt. Für die Basisbeobachtungen der Lagekoordinaten dieses Punktes ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
0 + v_i &= \hat{X}_i - X_i^t \\
0 + v_i &= \hat{Y}_i - Y_i^t
\end{aligned}
\tag{4.24}
$$

Die Gleichungen (4.24) müssen für jedes Objektteil aufgestellt werden, weil jedes Objektteil andere Transformationsparameter besitzt. In dem in Abb. 32 dargestellten Beispiel werden die Gleichungen (4.24) drei Mal eingeführt.

In Abb. 32 sind die unterschiedlichen Parameter, die zur Transformation der drei Objektteile verwendet werden, mit T_1 bis T_3 gekennzeichnet. Die Basisbeobachtungen für die Lagekoordinaten ergeben sich wie folgt:

$$
\begin{aligned}
0 + v_i &= X_i^t - X_i \\
0 + v_i &= Y_i^t - Y_i
\end{aligned}
\tag{4.25}
$$

Randpunkte einer Horizontalebene, die nicht mit Hilfe der Parameter der Objektteile transformiert werden, verfügen über eigene Transformationsparameter. Die Transformation geschieht jeweils über zwei identische Punkte und wird nach jeder Iteration des Optimierungsverfahrens durchgeführt. Zum Einen sind die Punktkoordinaten der vorigen Iteration zu verwenden, zum Anderen ergeben sich korrigierte Koordinaten durch Transformation der Objektteile mit Hilfe der ermittelten Parameter dieser Iteration. Die transformierten Punkte sind in Abb. 32 schwarz dargestellt. Der in Abb. 32 mit Hilfe der Parameter T_4 transformierte Punkt ist grau gekennzeichnet.

Neben der Veränderung der absoluten Position einzelner Objektteile bzw. Objektpunkte ist die Veränderung von Objektteilen oder Objektpunkten relativ zueinander zu berücksichtigen. Bei Gewässern werden Winkelbedingungen eingeführt, die der Erhaltung der Objekt-Topologie dienen. Abb. 33 stellt drei aufeinander folgende Randpunkte eines Gewässers dar, deren ursprüngliche Positionen grau gekennzeichnet sind. Der Winkel α_j im Punkt P_j ist positiv definiert und ergibt sich aus der Differenz der Richtungswinkel T_j^k und T_j^i.

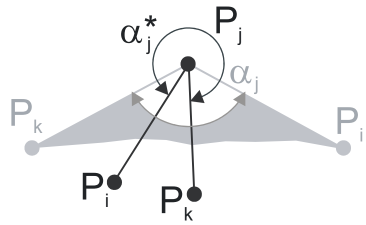


Abb. 33: Berücksichtigung der Topologie benachbarter Objektrandpunkte durch Winkelbeziehungen bei Gewässern

Die in Abb. 33 schwarz dargestellte Situation ist inkorrekt, da die Punkte P_i,P_j,P_k nach der Optimierung im Uhrzeigersinn orientiert sind und ursprünglich entgegen dem Uhrzeigersinn orientiert waren (grau dargestellt). Diese Situation wird verhindert, indem in jedem Punkt des Gewässerrandes Winkelbedingungen eingeführt werden, die für jeden Winkel einen zulässigen Bereich festlegen. Die Winkelbedingung wird mit Hilfe einer Ungleichung formuliert:

$$
\begin{aligned}
& A_j \le \alpha_j^* \le B_j \\
& A_j \le T_j^k\left(\hat{X}_j, \hat{Y}_j, \hat{X}_k, \hat{Y}_k\right) - \\
& T_j^i\left(\hat{X}_j, \hat{Y}_j, \hat{X}_i, \hat{Y}_i\right) \le B_j
\end{aligned}
\tag{4.26}
$$

mit

$$
T_j^k\left(\hat{X}_j, \hat{Y}_j, \hat{X}_k, \hat{Y}_k\right) > T_j^i\left(\hat{X}_j, \hat{Y}_j, \hat{X}_i, \hat{Y}_i\right)
$$

$$A_j = \alpha_j - \Delta\alpha$$
$$B_j = \alpha_j + \Delta\alpha$$

α_j ist der ursprüngliche Winkel, $\Delta\alpha$ ist ein Maß für die Größe des zulässigen Bereiches. (4.26) führt zu zwei Ungleichungen:

$$-A_j \geq -\alpha_j^* \tag{4.27}$$

$$B_j \geq \alpha_j^* \tag{4.28}$$

Relative Verschiebungen einzelner Objekte bzw. Objektpunkte, die unterschiedlichen Objekten angehören, werden durch zusätzliche Ungleichungen berücksichtigt. Hierzu werden die Randpunkte der Objekte mit Hilfe einer bedingten Delaunay-Triangulation in ein Dreiecksnetz überführt, das die Objektgeometrien als Zwangskanten enthält. Es werden dann die Kanten des Dreiecksnetzes betrachtet, die verschiedene Objekte miteinander verbinden. Abb. 34a stellt die Ausgangssituation zweier Objekte *A* und *B* dar. In dem Beispiel sind die Objekte durch drei Kanten des Objekt-Dreiecksnetzes verbunden. Die Dreiecks-Topolgie ist zu erhalten, d.h. Dreieckskanten dürfen nicht umgeklappt werden. Abb. 34b und c stellen zwei Veränderungen des Objektes *B* dar, die zum Umklappen von Dreiecken führen und somit nicht zulässig sind. Die Situation in Abb. 34d ist zulässig, weil ein Punkt des Objektes *B* verschoben wird, aber die topologische Struktur des Dreiecksnetzes erhalten bleibt.

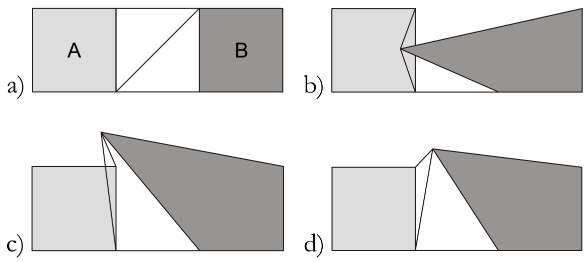


Abb. 34: Objekt-Topologie

Durch die Berechnung der Determinante zwischen drei Punkten kann die Orientierung der Punkte zueinander ermittelt werden (O'ROURKE, 1998). In der folgenden Ungleichung wird vorausgesetzt, dass die Punkte ursprünglich entgegen dem Uhrzeigersinn orientiert sind. Dieses soll auch nach der Optimierung der Fall sein, sodass die Determinante kleiner als Null sein muss:

$$-dD \geq \begin{vmatrix} (\hat{X}_j - \hat{X}_i) & (\hat{X}_k - \hat{X}_i) \\ (\hat{Y}_j - \hat{Y}_i) & (\hat{Y}_k - \hat{Y}_i) \end{vmatrix} \tag{4.29}$$

dD ist ein positiver differentiell kleiner Wert, der eingeführt wird, da die Ungleichung wiederum eine nichtstrikte Ungleichung darstellt und auszuschließen ist, dass die Punkte kollinear zueinander sind. Ungleichung (4.29) gilt streng nur für Gewässer. Sind ein Gewässer und eine Straße durch eine Kante des Objekt-Dreiecksnetzes verbunden, besitzt mindestens ein Punkt bzw. besitzen maximal zwei Punkte Koordinaten, die mit Hilfe von 4 Parametern transformiert werden. In (4.29) sind dann die unbekannten Koordinaten durch transformierte Koordinaten zu ersetzen.

Die weiteren Basisbeobachtungen für die Höhe, die Bedingungsgleichungen und –ungleichungen ähneln denen des vorigen Abschnitts 4.3. Der Unterschied besteht darin, dass die zur Interpolation der Höhen verwendeten Lagekoordinaten unbekannte Parameter des Optimierungsverfahrens sind oder mit Hilfe zu schätzender Transformationsparameter korrigiert werden. Somit sind in den Gleichungen und Ungleichungen weitere Unbekannte enthalten, nach denen bei der Aufstellung der Koeffizientenmatrizen partiell abzuleiten ist. Aufgrund der Analogie zu Abschnitt 4.3 werden die weiteren Basisbeobachtungen, Bedingungsgleichungen und –ungleichungen nicht erneut aufgeführt.

4.5 Stochastisches Modell

Die Basisbeobachtungen und die Bedingungsgleichungen stellen die Beobachtungsgleichungen des Optimierungsverfahrens dar. Die Varianzen der Beobachtungsgleichungen sind auf der Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{ll}$ enthalten. Die Korrelationen zwischen den Beobachtungen sind unbekannt, auf deren Angabe wird verzichtet, und die Elemente der Kovarianzmatrix neben der Hauptdiagonalen werden zu Null gesetzt. Die Kovarianzmatrix ist somit eine Diagonalmatrix. Die Kofaktormatrix $\boldsymbol{Q}_{ll}$ ergibt sich durch Division durch die Standardabweichung der Gewichtseinheit a priori. Die Inversion der Kofaktormatrix führt zur Gewichtsmatrix $\boldsymbol{P}$ (vgl. Abschnitt 2.5.1).

Die Beobachtungsgleichungen sind in Gruppen eingeteilt, sodass die Beobachtungen jeder Gruppe mit der gleichen Standardabweichung eingeführt werden und somit das gleiche Gewicht erhalten (vgl. Kapitel 5). Eine Ausnahme bilden die Höhendifferenzen. Höhendifferenzen stellen den Bezug zur Nachbarschaft her. Sie werden zwischen Rand- und Nachbarpunkt sowie zwischen Nachbarpunkten formuliert. Um zu erreichen, dass weiter vom Objekt entfernte Nachbarpunkte weniger stark von Änderungen des Objektes beeinträchtigt werden als nahe am Objekt gelegene, wird eine Abstandsgewichtung eingeführt. D.h. die Höhendifferenzen erhalten ein von der Distanz zwischen den Punkten abhängiges Gewicht. Für eine Höhendifferenz zwischen zwei Punkten mit dem Abstand d_i ergibt sich folgendes Gewicht:

$$p_i = e^{-a\left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)^2} \tag{4.30}$$

d_{max} kennzeichnet den maximalen Abstand zwischen zwei Punkten. a ist ein Faktor, der zusammen mit d_{max} die Steigung der Gewichtsfunktion steuert. In der in Abb. 35 dargestellten Gewichtsfunktion beträgt der Faktor a 5.0. Werte größer als 5.0 führen dazu, dass die Funktion steiler wird und somit bereits bei kleinen Distanzen d_i ein sehr geringes Gewicht erreicht wird.

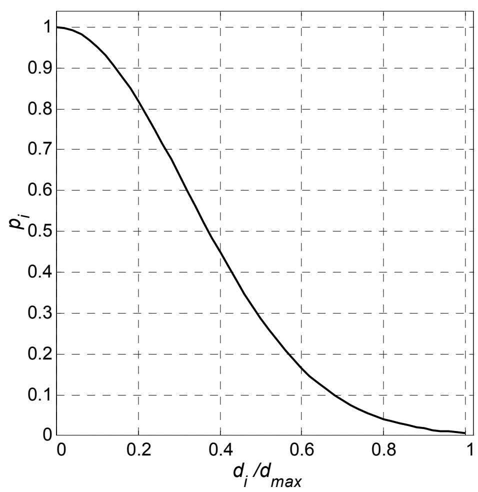


Abb. 35: Gewichtsfunktion für die Basisbeobachtung Höhendifferenz (a=5)

Die Auswirkungen der Gewichtung ist in Abb. 36 dargestellt. Die Höhe Z_i des Randpunktes wird mit Hilfe der Verbesserung v_i korrigiert, gleiches gilt für die Höhe Z_j des Nachbarpunktes durch deren Verbesserung v_j.. Die Punkte sind weit voneinander entfernt, sodass das Gewicht der Höhendifferenz zwischen den Punkten gering ist (s. Gl. (4.30)). Ein geringes Gewicht führt zu einer großen Verbesserung. Da sich die Verbesserung der Höhe des Nachbarpunktes aus der Differenz der Verbesserung der Randpunkthöhe und der Verbesserung der Höhendifferenz ergibt, folgt daraus eine geringe Verbesserung der Nachbarpunkthöhe. Besitzt hingegen die Höhendifferenz ein hohes Gewicht, ist die Verbesserung der Höhendifferenz gering und die der Höhe des Nachbarpunktes hoch. Der Einfluss weiterer Beobachtungen auf das Ergebnis wird in dem Beispiel nicht betrachtet.

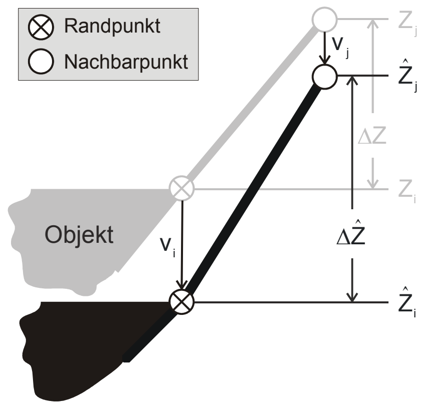


Abb. 36: Gewichtung von Punkthöhen und Höhendifferenzen

4.6 Geometrische Integration

Bei der geometrischen Integration der Objektgeometrien in das DGM-Dreiecksnetz ist nach der Art der zu integrierenden Objektkante zu differenzieren:

1. Kanten, deren Punkte zu einem Objekt gehören, das in dem Optimierungsverfahren berücksichtigt wird
2. Kanten, von denen mindestens ein Punkt nicht in dem Optimierungsverfahren berücksichtigt wird

In dieser Arbeit werden ausschließlich die Objektarten See, Fluss und Straße berücksichtigt. Nach Durchführung der Optimierung besitzen alle zu diesen Objekten gehörenden Punkte Höhenwerte, die durch die geometrische Integration nicht verändert werden dürfen, weil nur dadurch eine semantisch korrekte Objektrepräsentation gewährleistet wird. Kanten dieser Objekte gehören der Kategorie 1 an. Diese werden als Zwangskanten in das bestehende DGM-Dreiecksnetz eingeführt, was mit Hilfe des in Abschnitt 2.2.2 erläuterten Verfahrens geschieht: Die Punkte einer Objektkante werden mit Hilfe eines inkrementellen Einfügealgorithmus in das Dreiecksnetz eingefügt, wobei das Delaunay-Kriterium nicht wiederhergestellt wird. Die Objektkante wird integriert, wobei diejenigen Dreieckskanten gelöscht werden, die die Objektkante schneiden. Somit ergeben sich auf der linken und rechten Seite der eingefügten Objektkante Polygone, die mit Hilfe einer lokalen Polygon-Triangulation trianguliert werden. Die Formen der Dreiecke innerhalb der Polygone werden optimiert, indem ein Optimierungskriterium – die Maximierung des minimalen Dreieckswinkels – berücksichtigt wird. Das Ergebnis ist eindeutig, weil alle möglichen Konstellationen überprüft werden.

Bei der geometrischen Integration der unter 2 aufgeführten Objektkanten werden zusätzlich Steiner-Punkte eingeführt. Die Positionen der Steiner-Punkte ergeben sich durch Verschneidung der Objektkanten mit dem DGM-Dreiecksnetz. Die Höhen der Steiner-Punkte werden linear mit Hilfe der Höhen des DGM interpoliert.

Die Integration beginnt mit der Festlegung eines zu dem Objekt gehörenden Startpunktes. Dieses kann ein beliebiger Punkt sein, da von einem flächenhaften Objekt ausgegangen wird und somit jeder Bereich des Objektes durch sequentielles Abarbeiten erreicht wird. In dem in Abb. 37 dargestellten Beispiel ist der Punkt P_1 Startpunkt der Integration.

Der Einfügeort des Startpunktes wird ermittelt, d.h. es wird das Dreieck bestimmt, dass den Startpunkt enthält. Hierbei sind drei Fälle zu unterscheiden: Der Startpunkt kann sich im Inneren des Dreiecks befinden, er kann mit einem Punkt des Dreiecks zusammenfallen oder auf einer Kante des Dreiecks liegen. Befindet sich der Startpunkt, wie in Abb. 37 dargestellt, innerhalb des Dreiecks, sind bei flächenförmigen Objekten der Eintrittspunkt in das Dreieck sowie der Austrittspunkt aus dem Dreieck zu berechnen (Punkte S_1 und S_2). Diese ergeben sich durch Verschneidung der Objektgeometrie mit dem Dreieck des DGM-Dreiecksnetzes. Befindet sich der Startpunkt auf einem Punkt oder einer Kante des Dreiecks, so ist der Startpunkt gleichzeitig Eintritts- bzw. Austrittspunkt.

In Abb. 37 wird das Dreieck zweimal durchquert. Die Integration der oberen Objektgeometrie wird erst später durchgeführt und findet zu diesem Zeitpunkt keine Berücksichtigung.

Der Eintrittspunkt, der Austrittspunkt sowie alle dazwischen liegenden Punkte werden durch Kanten miteinander verbunden, sodass das Dreieck in zwei Bereiche unterteilt wird. Der eine Bereich stellt einen Teil des Objektinneren dar, der andere Bereich befindet sich außerhalb des Objektes. Beide Bereiche werden jeweils mit Hilfe einer Polygon-Triangulation, wie sie im Abschnitt 2.2.4 beschrieben wird, trianguliert. Die sich daraus ergebenden Kanten sind in Abb. 37 gestrichelt dargestellt.

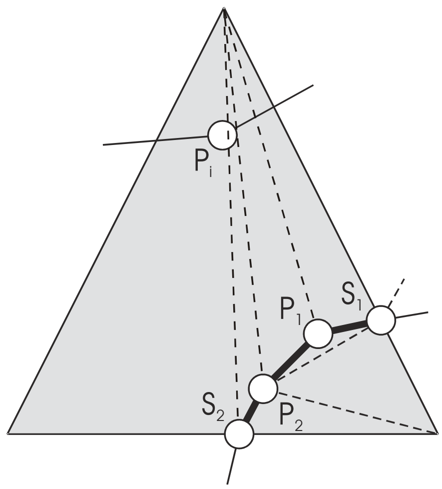


Abb. 37: Integration eines flächenhaften Objektes

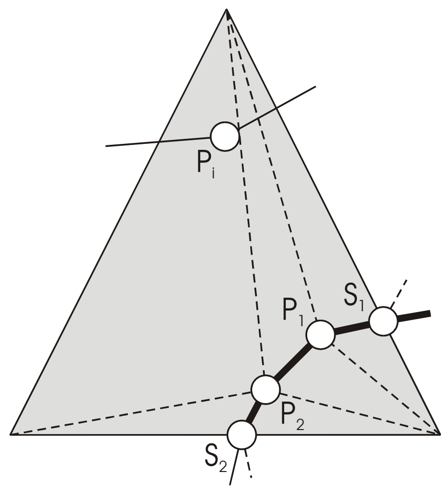


Abb. 38: Integrationsergebnis nach Durchführung der Optimierung der Dreiecksform

Der für die Polygon-Triangulation verwendete Algorithmus kann zu relativ spitzen, schmalen Dreiecken führen. Um dieses zu korrigieren, wird die Form der Dreiecke optimiert, wobei als Optimierungskriterium die Maximierung des minimalen Dreieckswinkels verwendet wird (vgl. Abschnitt 2.2.1). Bei der Optimierung werden nach dem Umklappen einer Dreieckskante erneut alle Dreiecke auf Einhaltung des Optimierungskriteriums überprüft. Das Ergebnis ist somit eindeutig. Abb. 38 stellt das Ergebnis nach Durchführung der Optimierung dar. Zwei der in Abb. 37 gestrichelt dargestellten Kanten werden in Abb. 38 umgeklappt, sodass dem Kriterium entsprechend geformte Dreiecke entstehen.

Der Austrittspunkt S_2 ist der Eintrittspunkt für das nachfolgend zu bearbeitende angrenzende Dreieck. Beim Fortschreiten des Algorithmus ist somit ausschließlich der Austrittspunkt zu berechnen, falls dieser nicht mit einem Knoten des Dreiecksnetzes übereinstimmt bzw. der nachfolgende Objektpunkt auf einer Kante des Dreiecksnetzes liegt.

Beim weiteren Fortschreiten ist darauf zu achten, dass redundante Informationen vermieden werden. Diese entstehen, wenn die zu integrierenden Objektgeometrien

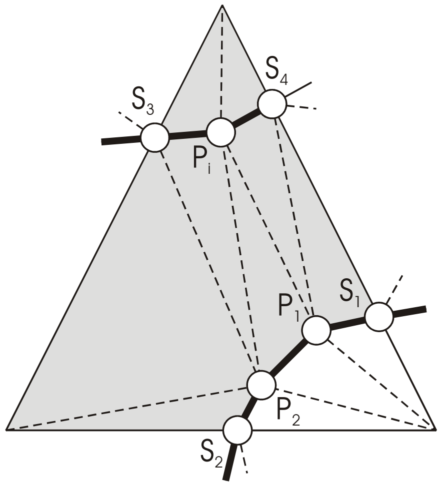


Abb. 39: Löschen redundanter Daten

Kanten des integrierten Datensatzes schneiden, die keine Kanten des originären DGM-Dreiecksnetzes sind bzw. die nicht durch Aufsplitten originärer Kanten entstanden sind. In Abb. 39 schneidet der obere Teil der Objektgeometrie zwei gestrichelt dargestellte Kanten, die bei der Integration der Punkte P_1 und P_2 eingeführt wurden. Es werden die beiden gestrichelt dargestellten Kanten gelöscht und der nächste Schnittpunkt der Objektgeometrie mit einer Kante des originären DGM-Dreiecksnetzes ermittelt (Punkt S_4). Der Eintrittspunkt, der Austrittspunkt sowie die dazwischen liegenden Punkte werden durch Kanten miteinander verbunden, sodass erneut zwei Polygone entstehen, in denen lokal eine Polygon-Triangulation durchgeführt wird. Dabei muss beachtet werden, dass der eine Bereich durch den bereits integrierten Objektteil begrenzt wird, da die bereits integrierten Objektkanten beibehalten werden müssen. In Abb. 39 ist der bei der Integration dieses Objektteiles zu berücksichtigende Bereich grau dargestellt. Nach Durchführung der Polygon-Triangulation wird erneut eine Optimierung der Dreiecksformen durchgeführt. Die Integration des flächenhaften Objektes ist beendet, wenn der erste Eintrittspunkt (Punkts S_1) wieder erreicht wird.

Nach Durchführung der Integration werden den Objekten die Dreiecke innerhalb der Objektbegrenzungen zugeordnet. Dabei werden die Dreiecksnetze innerhalb von Flüssen und Straßen verändert. Der Grund ist, dass die Teilebenen der Objekte durch Kanten des Dreiecksnetzes begrenzt werden müssen, um die Objekte semantisch korrekt darstellen zu können. Um dieses zu erreichen, wird das Dreiecksnetz innerhalb der Objekte gelöscht. Die Teilebenen werden mit Hilfe neu gebildeter Kanten begrenzt. Innerhalb der Begrenzungen werden lokale Polygon-Triangulationen durchgeführt. Innenpunkte werden anschließend in das Dreiecksnetz eingefügt. Abb. 40 stellt Straßen nach der geometrischen Integration dar. Die Begrenzungen der Teilebenen sind durch fette graue Linien gekennzeichnet.

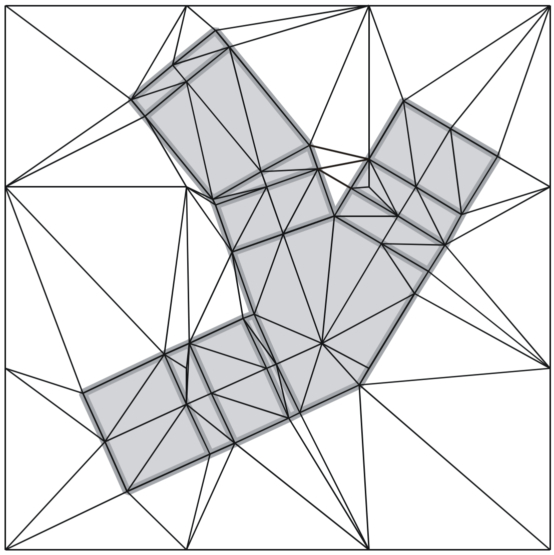


Abb. 40: Geometrische Integration von Straßen, lokales Dreiecksnetz innerhalb der Teilebenen

4.7 Details zur Implementierung

Das zuvor beschriebene Verfahren wurde in der objektorientierten Programmiersprache C++ implementiert. Die Implentierung enthält verschiedene Klassen, die während der Arbeit am Institut für Photogrammetrie und GeoInformation entwickelt wurden. Als kommerzielle Bibliothek wurde ausschließlich eine Matrixbibliothek verwendet.

Das Programm läuft weitestgehend automatisch ab. Nur wenige Steuerparameter, z.B. die Standardabweichungen der Beobachtungen und die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen, müssen vom Anwender angegeben werden. Ergebnis des Programmdurchlaufs ist ein integriertes Dreiecksnetz, das die Objekte semantisch korrekt repräsentiert. Die Dreiecksnetze werden in einem kommerziellen Datenformat gespeichert, um mit Hilfe verfügbarer Software visualisiert werden zu können. Des weiteren werden Informationen ausgegeben, die der Bewertung der Ergebnisse dienen, z.B. die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen und die Verbesserungen, welche ebenfalls visualisiert werden können.

Der zuvor beschriebene Ansatz wird mit Hilfe des klassischen Gauß-Newton-Verfahrens gelöst. Die zweite Variante des Verfahrens enthält die Lagekoordinaten der Randpunkte von Gewässern und die Transformationsparameter der Straßen als unbekannte Parameter, sodass die ursprünglichen Positionen der Randpunkte verändert werden können. Diese Veränderungen machen es notwendig, die Nachbar- und Innenpunkte bei der nachfolgenden Iteration aufzudatieren. Auch die Anzahl zu schätzender Parameter, die Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen können zwischen den Iterationen variieren. So können beispielsweise Innenpunkte eines Sees in der nachfolgenden Iteration Nachbarpunkte sein, weil sich die Positionen der Randpunkte geändert haben.

Vor der ersten Iteration werden die Objektpunkte und die zu berücksichtigenden Nachbarpunkte bestimmt. Bei Flüssen wird die Reihenfolge der Punkte in Fließrichtung festgelegt, um dadurch die Begrenzungen der Ebenen zu ermitteln. Die Näherungswerte aller Unbekannten werden gespeichert, das zugehörige Feld enthält feste und variable Parameter. Fest sind diejenigen Parameter, die in jeder Iteration auftreten, d.h. Ebenen- und Transformationsparameter, Lagekoordinaten und Höhen der Randpunkte und der Punkte der Mittelachse von Straßen. Variabel sind die Höhenwerte der Innen- und Nachbarpunkte, weil die Anzahl dieser Parameter von Iteration zu Iteration variieren kann.

Mit Hilfe der Näherungswerte werden die Vektoren und Matrizen aufgestellt. Die Koeffizientenmatrix der Beobachtungsgleichungen sowie die der Bedingungsungleichungen sind nur mit wenigen Elementen besetzt, hier werden Sparse-Matrix-Techniken angewendet. Die Vektoren und Matrizen werden in das Gleichungssystem des Linearen Komplementaritätsproblems überführt, das mit Hilfe des Lemke-Algorithmus gelöst wird. Ergebnis dieser ersten Iteration sind die gekürzten Parameter, welche durch Addition mit den Näherungswerten die Näherungswerte der nachfolgenden Iteration ergeben.

In der nachfolgenden Iteration werden erneut die Innen- und Randpunkte ermittelt. Zur Navigation innerhalb des Dreiecksnetzes wird dessen Datenstruktur genutzt. Bei Flüssen kann sich durch die Verschiebung der Randpunkte die Mittelachse und demnach auch die Reihenfolge der Objektpunkte in Fließrichtung verändern. Der Fluss wird erneut skelletiert und die Reihenfolge der Punkte wird festgelegt. Die Höhen der Innen- und Nachbarpunkte werden wiederum als unbekannte Parameter eingeführt. Hierbei wird beachtet, ob die Höhe bereits in der vorigen Iteration geschätzt wurde. Ist dieses der Fall, entspricht der Näherungswert dem ermittelten Wert der vorigen Iteration. Ist es nicht der Fall, ist ein neuer Näherungswert zu ermitteln, welcher i.d.R der ursprünglichen Höhe des DGM-Punktes entspricht. Weil sich auch die Beobachtungen und Ungleichungen von denen der vorigen Iteration unterscheiden können, werden die Koeffizientenmatrizen komplett aktualisiert. Die Vektoren und Matrizen gehen erneut in die Optimierung ein. Das Verfahren ist beendet, wenn es konvergiert und ein zu spezifizierendes Abbruchkriterium erfüllt wird.

4.8 Bewertung des Verfahrens

Die Lösbarkeit des Linearen Komplementaritätsproblems und somit die Lösbarkeit des Optimierungsverfahrens ist abhängig von der Matrix $\boldsymbol{M}$ (vgl. Abschnitt 2.5.5.1). Für die Berechnung von $\boldsymbol{M}$ nach Gleichung (2.49) wird die Inverse der Normalgleichungsmatrix $\boldsymbol{N}$ sowie die Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{H}$ benötigt. $\boldsymbol{N}$ besitzt vollen Rang und ist somit positiv definit, der Rang von $\boldsymbol{H}$ hängt von den berücksichtigten Objektarten und der Variante des Verfahrens ab. Werden zum Beispiel bei der ersten Variante Straßen berücksichtigt, enthält die Matrix $\boldsymbol{H}$ linear abhängige Zeilen. Für drei auf der Mittelachse aufeinander folgende Punkte P_i, P_j, P_k einer Straße ergibt sich $\boldsymbol{H}$ zu:

$$\boldsymbol{H} = \left[\begin{array}{c:c:c} a & -a & 0 \\ -a & a & 0 \\ 0 & b & -b \\ 0 & -b & b \\ \hline a & -(a+b) & b \\ -a & a+b & -b \end{array}\right] \tag{4.31}$$

a und b kennzeichnen jeweils gleiche Elemente der Matrix. Die ersten vier Zeilen enthalten die Ungleichungen für die maximal zulässigen Neigungen, die letzten zwei Zeilen die für die Neigungsdifferenzen. Die Spalten kennzeichnen die partiellen Ableitungen der Ungleichungen nach den zu schätzenden Parametern $\hat{Z}_i, \hat{Z}_j, \hat{Z}_k$. Aufgrund der linearen Abhängigkeit ist $\boldsymbol{H}$ positiv semidefinit, woraus eine positiv semi-definite Matrix $\boldsymbol{M}$ folgt(Koch, 1997). $\boldsymbol{M}$ ist demnach eine copositiv-plus-Matrix und das Verfahren besitzt eine eindeutige komplementäre Lösung (vgl. Abschnitt 2.5.5.1). Werden bei der zweiten Variante ausschließlich Seen berücksichtigt, besitzt $\boldsymbol{H}$ vollen Zeilenrang, woraus eine positiv definite Matrix $\boldsymbol{H}$ folgt. $\boldsymbol{M}$ ist dann eine P-Matrix, und das Lineare Komplementaritätsproblem besitzt eine eindeutige komplementäre Lösung für alle $q \in \Re^r$ (vgl. Abschnitt 2.5.5.1).

Die erste Variante des Verfahrens (Abschnitt 4.3) führt immer zu einer Lösung, da das zugrunde liegende Optimierungsproblem ausschließlich Gleichungen und Ungleichungen enthält, die linear von den unbekannten zu schätzenden Parametern abhängen. Näherungswerte müssen nicht eingeführt werden, eine Linearisierung entfällt. Die zweite Variante, welche auch die Lage sowie die Form der Objekte berücksichtigt (Abschnitt 4.4), führt nicht immer zu einem Ergebnis. Das zugrunde liegende Optimierungsproblem der zweiten Variante enthält Gleichungen und Ungleichungen, die teilweise nicht-linear von den zu schätzenden Parametern abhängen, sodass eine Linearisierung erfolgen muss. Das Optimierungsproblem wird durch das klassische Gauß-Newton-Verfahren gelöst, die Konvergenz des Verfahrens hängt von der Güte der eingefügten Näherungswerte sowie von der Beschaffenheit der das Gelände beschreibenden Datensätze ab.

Ein Ergebnis, welches mit Hilfe der zweiten Variante erzielt wird, entspricht dem Ergebnis der ersten Variante, wenn die Beobachtungsgleichungen für die Lagekoordinaten im Vergleich zu den restlichen Beobachtungen sehr hoch gewichtet werden. Die geschätzten Lagekoordinaten der Randpunkte von Gewässern entsprechen den ursprünglichen Lagekoordinaten, die Transformationsparameter führen zu identischen Positionen und Formen der Straßen.

Obwohl bei der zweiten Variante des Verfahrens die Positionen der Randpunkte sowie die Positionen ganzer Objektteile verändert werden können, werden die ursprünglichen topologischen Relationen nicht verändert. Die Randpunkte werden mit Hilfe einer bedingten Delaunay-Triangulation in ein Dreiecksnetz überführt, sodass die Relationen zwischen Punkten benachbarter Objekte mit Hilfe von Bedingungsungleichungen berücksichtigt werden können. Weil die Ungleichungen Nebenbedingungen des Extremwertproblems sind, werden die Bedingungen immer erfüllt. Das gleiche gilt für Höhenrelationen bei Gewässern, sodass das angrenzende Gelände sich immer oberhalb des Gewässerniveaus befindet.

Neben den Bedingungsungleichungen existieren Bedingungsgleichungen in Form von Pseudobeobachtungen. Diese stellen somit keine Nebenbedingungen des Optimierungsproblems dar und werden demnach nicht immer erfüllt. Sie sind erfüllt, wenn deren Verbesserungen einen zu definierenden Maximalwert nicht überschreiten. Ein semantisch korrektes Ergebnis hängt von der Gewichtung dieser Bedingungsgleichungen ab. Bedingungen in Form von Pseudobeobachtungen haben gegenüber Gleichungsnebenbedingungen den Vorteil, dass sich widersprechende Bedingungen nur in der Größe der Verbesserungen widerspiegeln, während Widersprüche bei Gleichungsnebenbedingungen ggf. zum Abbruch des Verfahrens führen.

Bei einem Objekt können sich Bedingungsgleichungen und direkte Beobachtungen widersprechen. So können beispielsweise bei einer Straße mehr Punkte zu einer Teilebene gehören als zu ihrer Bestimmung notwendig sind. Erhalten die Punkthöhen ein hohes Gewicht, kann dieses zur Nichterfüllung der Bedingungsgleichungen führen. Werden bei Straßen zum Beispiel nur die Punkthöhen der Mittelachse hoch gewichtet, widersprechen diese nicht den Bedingungsgleichungen, welche die Abstandsbedingung der Punkte von den Schrägebenen repräsentieren. Dieses liegt daran, dass jeweils nur zwei Punkte der Mittelachse zu einer Ebene gehören. Die Punkte können auf der Ebene liegen ohne Widersprüche zu verursachen. Werden die Neigungen und Neigungsdifferenzen durch die Wahl großer Absolutglieder nicht nennenswert eingeschränkt, schmiegt sich die Mittelachse der Straße dem Gelände an. Erhalten die Höhen der Randpunkte ein hohes Gewicht, kann dieses zu einem semantisch inkorrekten Ergebnis führen, da eine Ebene durch drei Punkte festgelegt ist und sich mindestens vier Randpunkte auf einer Schrägebene befinden. Auch Seen besitzen Bedingungsgleichungen, doch ergibt sich für Seen immer ein semantisch korrektes Ergebnis, weil nur die Seehöhe geschätzt wird und die Höhenrelationen zwischen Gelände und Gewässer durch Ungleichungen ausgedrückt werden.

Bei der zweiten Variante des Verfahrens kann sich grundsätzlich nur dann die Lage eines Randpunktes verändern, wenn der Gradient des DGM an der Position des Punktes nicht Null ist. Zusätzlich muss auf die Punkte ein Zwang ausgeübt werden. Dieses geschieht zum Beispiel durch sich widersprechende Beobachtungsgleichungen. Erhalten beispielsweise die Höhen der Innenpunkte ein hohes Gewicht und befinden sich die Höhen der Randpunkte über oder unterhalb der Höhen der Innenpunkte, so werden die Randpunkthöhen reduziert bzw. angehoben und gleichzeitig in der Lage verschoben. Das Objekt will sich dem Mittelwert der Innenpunkthöhen annähern und lässt somit die Randpunkte gleichzeitig in Richtung des Gradienten verschieben.

Allgemein werden durch das Verfahren keine grob fehlerhaften Höhenwerte des DGM und grob fehlerhafte Lagekoordinaten von Objektrandpunkten berücksichtigt. Grob fehlerhafte Daten können deshalb zu einem verfälschten Ergebnis führen.

5 Ergebnisse mit synthetischen Daten

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse von Untersuchungen mit synthetischen Datensätzen beschrieben. Es werden die Resultate der mathematischen Optimierung betrachtet, die in den Abschnitten 4.3 und 4.4 vorgestellt wurde. Die Vorgehensweise bei der geometrischen Integration ist dem Abschnitt 4.6 zu entnehmen. Die Ausführungen basieren auf den Objektarten See, Fluss und Straße, wobei einzelne Objekte isoliert betrachtet werden. Ziel der Untersuchungen ist es, die Leistungsfähigkeit, die Grenzen sowie die Sensitivität des Verfahrens in Abhängigkeit verschiedener Parameter aufzuzeigen. Im nachfolgenden Abschnitt 5.1 werden Kriterien zur Bewertung der erzielten Ergebnisse dargestellt und erläutert. Die durchgeführten Untersuchungen, deren Bewertung und Interpretation werden in Abschnitt 5.2 präsentiert. In Abschnitt 5.3 werden die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst.

5.1 Kriterien zur Bewertung der Ergebnisse

Die Bewertung der erzielten Ergebnisse ist abhängig von der Objektart, welche in dem Verfahren betrachtet wird. Zudem führt die jeweils gewählte Variante des Verfahrens zu unterschiedlichen Bewertungskriterien. Werden ausschließlich Höhenwerte verändert (vgl. Abschnitt 5.2.1), bleiben die auf die x,y-Ebene projizierten Formen und Positionen der Objekte erhalten. Es können somit lediglich die Veränderungen der Höhen bewertet werden. Werden zusätzlich Lage und Form der Objekte verändert (vgl. Abschnitt 5.2.2), ist auch das Maß dieser Veränderungen zu beurteilen.

Tab. 3 enthält eine Zusammenstellung der Bewertungskriterien. Es werden drei Kategorien unterschieden. Die erste Kategorie umfasst die Beurteilung der Semantik, d.h. die korrekte Darstellung der Objekte innerhalb eines integrierten Dreiecksnetzes. Die zweite Kategorie befasst sich mit der geometrischen Veränderung der Objekte, die aus der semantisch korrekten Darstellung resultiert. Die letzte Kategorie Nachbarschaft stellt eine Verbindung zu einer Menge von Punkten her, die zu einem Randpunkt benachbart ist und sich außerhalb des jeweiligen Objektes befindet. (vgl. Abschnitte 2.4.1 und 4.2).

Primäres Ziel des Verfahrens ist es, die in den Objekten implizit enthaltene Höheninformation korrekt wiederzugeben, d.h. ein semantisch korrektes Integrationsergebnis zu erzielen. Semantisch korrekt bedeutet, dass die Bedingungsungleichungen eingehalten werden und die Beträge der Verbesserungen der Bedingungsgleichungen einen zu definierenden Wert nicht überschreiten. Der Wert ist anwendungsspezifisch festzulegen. Werden einfache Visualisierungen einer Landschaft benötigt, kann ein größerer Wert verwendet werden als beispiels-

Tab. 3: Kriterien zur Bewertung der Ergebnisse

Kategorie	Objektart	Kriterium
Semantik	See	Höhenrelation Objekt – Geländepunkt Abweichung von Horizontalebene
	Fluss	Abweichung von Schrägebene Höhenrelation aufeinander folgender Punkte Höhenrelation Objektpunkt – Geländepunkt
	Straße	Abweichung von Schrägebene Abweichung von horizontalem Querprofil Neigung in Längsrichtung Neigungsdifferenz in Längsrichtung
Objekt	Alle Objekte	Lage und Höhe der Objektpunkte Fläche und Form des Objektes Topologische Relationen zwischen verschiedenen Punkten
Nachbarschaft	Alle Objekte	Höhe der Geländepunkte Höhendifferenz Objektpunkt – Geländepunkt Höhendifferenz Geländepunkt – Geländepunkt

weise bei Hochwassersimulationen. Hier können bereits kleine Abweichungen von einem semantisch korrekten Ergebnis zu einer fehlerhaften Ausbreitung des Wassers führen.

Im Falle einer horizontalen Ebene wird ausschließlich die Höhe der Ebene geschätzt. Das heißt, die Bedingungsgleichungen führen zu einem semantisch korrekten Ergebnis und die Verbesserungen geben Aufschluss darüber, inwieweit die originären bzw. interpolierten Höhen verändert werden. Im Falle von Schrägebenen ist die semantische Korrektheit aus den Verbesserungen der Bedingungsgleichungen ablesbar. Gleiches gilt für die horizontalen Querprofile von Straßen.

Neben der semantischen Korrektheit ist zu beurteilen, in welchem Ausmaß einzelne Höhenwerte der Objekte verändert werden, um eine korrekte Darstellung zu ermöglichen. Dieses geschieht mit Hilfe der Verbesserungen einiger Basisbeobachtungen. Die zu den Objekten gehörenden Punktkoordinaten spiegeln direkt die Veränderungen der Höhen- bzw. auch Lagekomponenten wider. Bei horizontalen Ebenen stellen die Bedingungsgleichungen ein Maß für die Veränderungen dar. Werden neben der Höhe auch die Lage und Form der Objekte verändert, kann das Ausmaß der Veränderungen durch Beurteilung des Flächeninhalts, durch die absoluten Positionen einzelner Objektpunkte und durch die Lage benachbarter Objektpunkte relativ zueinander bewertet werden. Topologische Relationen zwischen den Objekten dürfen durch das Optimierungsverfahren nicht verändert werden.

Mit der Veränderung der Objekthöhen geht auch eine Veränderung von Höhen der Nachbarpunkte einher, da die Verbesserungen der Randpunkthöhen auf die Höhen der Nachbarpunkte übertragen werden. Auch das Ausmaß dieser Veränderungen ist zu bewerten.

5.2 Beschreibung der Untersuchungen und der erzielten Ergebnisse

Die Basisbeobachtungen und die Bedingungsgleichungen sind in Beobachtungsgruppen eingeteilt. Jeder Beobachtungsgruppe[15] können Standardabweichungen und somit Gewichte zugeordnet werden. Daneben ist es möglich, die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen, die einzubeziehende Nachbarschaft eines Objektes sowie die Anzahl und Position zusätzlicher Steiner-Punkte festzulegen (vgl. Abschnitte 4.3 und 4.4). Während die Nachbarschaft, d.h. die zu berücksichtigenden Nachbarpunkte eines Randpunktes, als konstanter Parameter in die Untersuchungen eingeht, werden die Gewichte der Beobachtungen und die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen variiert. Auch die Abhängigkeit der Anzahl und Position zusätzlicher Steiner-Punkte wird vereinzelt dargestellt. Diese beeinflussen die Güte der Approximation des ursprünglichen Geländes und legen bei Flüssen und Straßen die Größe der Teilebenen fest.

Abschnitt 5.2.1 enthält die Ergebnisse, die mit Hilfe der Variante des Verfahrens erzielt wurden, welche ausschließlich die Höhenwerte der Daten verändert (vgl. Abschnitt 4.3). Abschnitt 5.2.2 stellt die Ergebnisse unter Anwendung der Variante aus Abschnitt 4.4 vor.

5.2.1 Korrektur von Höhenwerten

In dem Verfahren wird die Nachbarschaft der Objekte durch die in Tab. 4 aufgeführten Beobachtungsgruppen berücksichtigt. In Klammern sind jeweils die Gleichungen aus Kapitel 4 aufgeführt.

Tab. 4: Beobachtungsgruppen (BG), durch die Nachbarschaften berücksichtigt werden

Nr.	Beschreibung
N.01	Höhe Nachbarpunkt (4.2)
N.02	Höhendifferenz Randpunkt – Nachbarpunkt (4.3)
N.03	Höhendifferenz Nachbarpunkt – Nachbarpunkt (4.4)

Die Nachbarpunkte sind originäre DGM-Punkte (BG N.01). Die Höhendifferenzen stellen die Beziehung zwischen Objekt und Nachbarschaft her (BG N.02), repräsentieren aber auch die Beziehung zwischen Nachbarpunkten untereinander (BG N.03). Bei den Untersuchungen werden zu jedem Randpunkt konstant jeweils 4 Nachbarpunkte berücksichtigt.

Überschreitet der Abstand zwischen nebeneinander liegenden Randpunkten eines Objektes die halbe mittlere Punktdichte des DGM, werden zusätzlich Steiner-Punkte auf den Kanten des Objektes eingefügt.

15 Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird Beobachtungsgruppe durch BG abgekürzt.

5.2.1.1 See

Seen werden in dem Verfahren durch die in Tab. 5 aufgeführten Gruppen von Bedingungsungleichungen und Beobachtungsgleichungen berücksichtigt. Die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen, die in Gruppe A.01 zusammengefasst sind, repräsentieren die minimale Differenz zwischen geschätzter Seehöhe und den ebenfalls mit Hilfe der Optimierung ermittelten Höhen der direkten Nachbarpunkte. Der in den Untersuchungen verwendete Wert beträgt 0.01 m und wird als Konstante eingeführt. Nach Durchführung der Optimierung befinden sich die direkten Nachbarpunkte mindestens 0.01 m über dem Niveau des Sees. Die Höhen der Randpunkte werden linear mit Hilfe des DGM interpoliert (BG A.02). Die Innenpunkte sind DGM-Punkte und besitzen originäre Höheninformation (BG A.03).

Tab. 5: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Seen

Nr.	Beschreibung
A.01	Höhenrelation See – direkter Nachbarpunkt (4.17)
A.02	Höhe Randpunkt (4.6)
A.03	Höhe Innenpunkt (4.7)

Die Untersuchungen basieren auf einem synthetischen See, der durch 20 in Form einer Ellipse angeordnete Punkte begrenzt wird. Das DGM besteht aus 221 gitterförmig angeordneten Punkten: 17 in x- und 13 in y-Richtung. Die Gitterweite beträgt 10 m. Die Uferlinie des Gewässers wird im DGM durch eine Bruchkante dargestellt, sodass diese zusammen mit den gitterförmig angeordneten Punkten ein hybrides DGM repräsentieren. Die Punkthöhen der Bruchkante sowie die Punkthöhen innerhalb des Gewässers betragen 0.0 m. Außerhalb des Gewässers steigt das Gelände an. Die rein geometrische Integration beider Datensätze führt zu einem semantisch korrekten Ergebnis, die Daten sind konsistent. Für die Untersuchungen werden zufällige Fehler addiert und systematische Fehler simuliert. Grobe Fehler werden nicht betrachtet.

Seen führen immer zu einem semantisch korrekten Ergebnis (vgl. Abschnitt 4.8), doch sind die Veränderungen, die für das Ergebnis notwendig sind, von der Qualität der Eingangsdaten abhängig. In Abb. 41a werden die Verän-

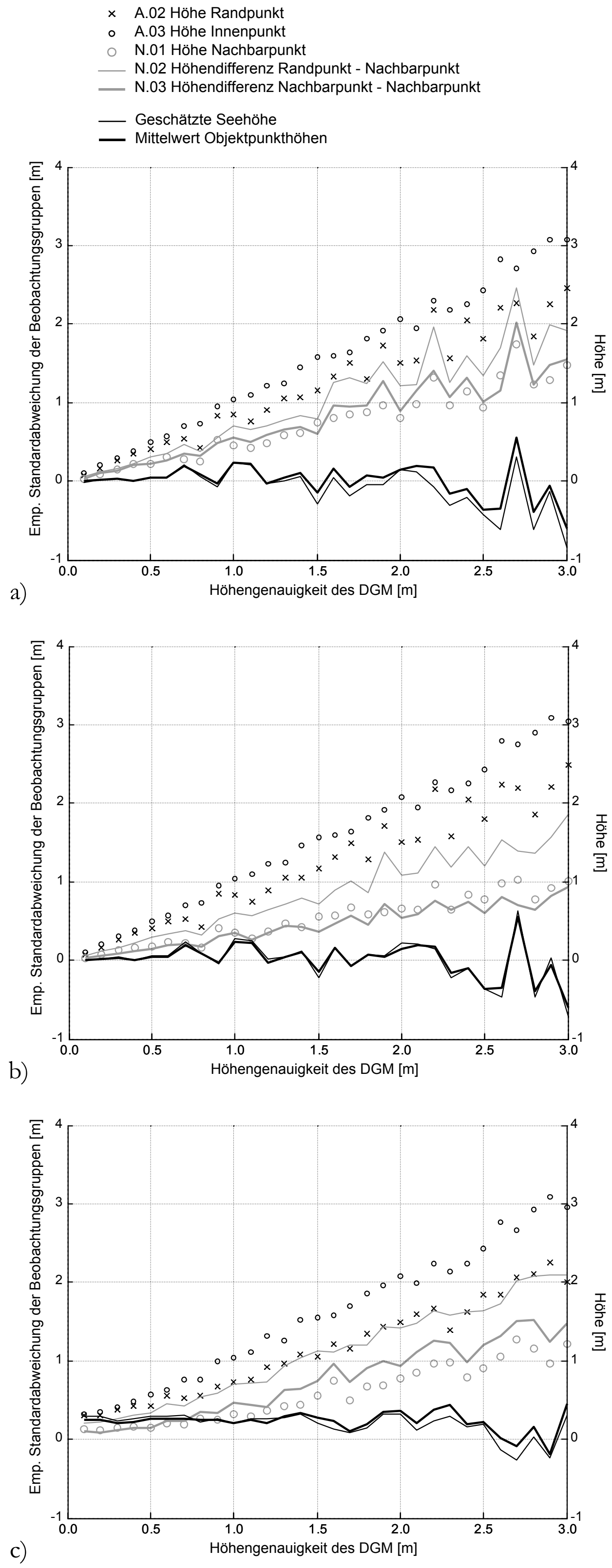


Abb. 41: Ergebnis in Abhängigkeit der Höhengenauigkeit des DGM bei Seen, a) Verwendung von Daten mit zufälligen Fehlern, Berücksichtigung der Bedingungsungleichungen, b) keine Berücksichtigung der Bedingungsungleichungen, c) Verwendung von Daten mit zufälligen und systematischen Fehlern, Berücksichtigung von Bedingungsungleichungen

derungen durch die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen[16] repräsentiert (linke vertikale Achse). Zusätzlich ist der Mittelwert der Objektpunkthöhen, d.h. der Mittelwert der originären Innenpunkt- und interpolierten Randpunkthöhen, sowie die geschätzte Seehöhe dargestellt, die sich auf die rechte vertikale Achse beziehen. Auf der horizontalen Achse ist die Höhengenauigkeit des DGM aufgeführt, die Werte kennzeichnen die Standardabweichung der addierten normalverteilten zufälligen Fehler. Den Untersuchungen liegen 30 Datensätze mit einer Höhengenauigkeit von 0.1 m bis 3.0 m zugrunde. Die Lagekoordinaten der Uferlinie, d.h. die der Bruchkante des DGM, sind ebenfalls verrauscht. Deren Genauigkeit entspricht der Hälfte der Höhengenauigkeit, weil die Lagegenauigkeit der DGM-Bruchkanten häufig besser ist als die der Höhen.

In den Untersuchungen werden die Beobachtungsgruppen, denen originäre und interpolierte Höhen zugrunde liegen, mit einer Standardabweichung in das stochastische Modell eingeführt, die der Höhengenauigkeit des DGM entspricht. Die Standardabweichungen der Höhendifferenzen ergeben sich durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes durch Multiplikation mit $\sqrt{2}$.

Die addierten Fehler bewirken, dass sich einige direkte Nachbarpunkte unterhalb des Mittelwertes der Objektpunkthöhen befinden und somit die entsprechenden Ungleichungsnebenbedingungen vor der Optimierung nicht erfüllt sind. Weil die Ungleichungen Nebenbedingungen des Optimierungsproblems sind und demnach immer erfüllt werden, wird die Seehöhe in Bezug zum Mittelwert herabgesenkt. Die schwarz dünn gezeichnete Linie in Abb. 41a befindet sich unterhalb der fett dargestellten Linie, welche die Mittelwerte repräsentiert. Die Ungleichungen bewirken zudem die Anhebung der Nachbarpunkte, was zu großen Verbesserungen und somit zu großen empirischen Standardabweichungen der BG N.01 führt (grau dargestellte Kreise).

Die empirische Standardabweichung der Innenpunkte (BG A.03, schwarz dargestellte Kreise) entspricht etwa der Höhengenauigkeit des DGM, weil die Verbesserungen dieser BG die Abweichungen der DGM-Höhen von der geschätzten Seehöhe darstellen und somit direkt die addierten DGM-Fehler enthalten. Die empirischen Standardabweichungen der Randpunkte (BG A.02, schwarz dargestellte Kreuze) sind geringer als die der Innenpunkte. Deren Verbesserungen ergeben sich aus der Differenz zwischen geschätzter Seehöhe und den interpolierten Höhenwerten. Zwar hängt die Genauigkeit der interpolierten Randpunkthöhen von der Position ab, doch ist sie aufgrund der Fehlerfortpflanzung zumeist besser als die Höhengenauigkeit des DGM. Nur in den Stützpunkten, d.h. in den zur Interpolation verwendeten Punkten, entsprechen sich die Werte.

Die empirische Standardabweichung der Nachbarpunkte (BG N.01, grau dargestellte Kreise) ist geringer als die der Randpunkte, weil die Verbesserungen der Randpunkte abstandsgewichtet auf die Nachbarschaft übertragen werden (vgl. Abschnitt 4.5).

Der Einfluss der Bedingungsungleichungen wird deutlich, wenn diese nicht berücksichtigt werden und das Ergebnis mit dem vorigen verglichen wird. Zwar ist dann das Ergebnis nicht mehr semantisch korrekt, doch dient es der Interpretation der vorigen Ergebnisse. Abb. 41b stellt das Ergebnis ohne Berücksichtigung der Ungleichungen dar. Die Abweichungen zwischen Mittelwert und geschätzter Seehöhe sind geringer als zuvor, die schwarz dargestellten Linien nähern sich einander. Die empirischen Standardabweichungen der Innenpunkte und der Randpunkte entsprechen etwa den Ergebnissen, die sich bei Berücksichtigung der Ungleichungen ergeben. Die Standardabweichungen der Nachbarpunkte sind geringer als zuvor (BG N.01, grau dargestellte Kreise). Die Berücksichtigung der Ungleichungsnebenbedingungen führt somit zu einer sichtbaren Anhebung der Nachbarpunkte. Zwar wird hier auch die Nachbarschaft verändert, doch sind die Veränderungen geringer als in Abb. 41a. Die empirischen Standardabweichungen der Höhendifferenzen zwischen Randpunkt und Nachbarpunkt sowie zwischen Nachbarpunkten sind ebenfalls kleiner (BG N.02 und N.03, grau dargestellte Linien).

Enthält das DGM keine Uferlinie in Form einer Bruchkante, kann dieses als systematischer Fehler interpretiert werden. Abb. 41c zeigt das Ergebnis. Die interpolierten Höhen der Randpunkte sind zumeist positiv, weil Stützpunkte außerhalb des Gewässers zur Interpolation verwendet werden, die weiter vom See entfernt liegen und sich somit weit oberhalb der Innenpunkte befinden. Der Mittelwert der Höhen aller Rand- und Innenpunkte ist

16 Die empirische Standardabweichung einer Beobachtungsgruppe (BG) wird wie folgt berechnet:

$$s_{BG} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Darin ist n die Anzahl Beobachtungen der Beobachtungsgruppe, v_i ist die Verbesserung der jeweiligen Beobachtung i.

somit größer als bei Vorhandensein einer Bruchkante (schwarz gekennzeichnete Linie). Die Ungleichungen bewirken wiederum ein Herabsenken des Seeniveaus in Bezug zum Mittelwert und eine Anhebung der Nachbarpunkte. Nur im linken Bereich der Abbildung trifft dieses nicht zu. Hier werden nur wenige Ungleichungen durch Addition zufälliger Fehler verletzt, sodass die positiven Höhen der Randpunkte sowie die Berücksichtigung der Nachbarschaft eine Anhebung des Seeniveaus bewirken.

5.2.1.2 Fluss

Bei Flüssen treten zwei Gruppen von Bedingungsungleichungen auf. Zum Einen sind konstante oder abnehmende Höhenwerte aufeinander folgender Punkte in Fließrichtung des Gewässers zu realisieren (vgl. Tab. 6, Gruppe B.01). Zum Anderen muss das Gewässer durch die Nachbarschaft begrenzt werden, d.h. die zu einem Randpunkt direkt benachbarten Punkte müssen über dem Niveau des Randpunktes liegen (Gruppe B.02). Beide Bedingungen werden mit Hilfe von Höhenrelationen in Form von Ungleichungen formuliert. Das heißt, die Absolutglieder dieser Bedingungsungleichungen sind anzugeben, die wiederum als konstante Werte eingeführt werden. Daneben werden Standardabweichungen für die Beobachtungsgruppen eingeführt, wobei in BG B.03 die Bedingungsgleichungen zusammengefasst werden.

Der synthetische Fluss ist eine rechteckig geformte Fläche. Das Digitale Geländemodell besteht aus 220 unregelmäßig verteilten Stützpunkten sowie zwei Bruchkanten, die die Begrenzung des Gewässers im DGM festlegen. Die DGM-Höhen, die zu dem Gewässer gehören, nehmen in Fließrichtung ab. Außerhalb des Gewässers steigt das Gelände an. Eine rein geometrische Integration der Daten führt zu einem semantisch korrekten Ergebnis. Der Fluss befindet sich innerhalb der konvexen Hülle des DGM-Dreiecksnetzes, um somit Probleme zu umgehen, die durch den Randbereich verursacht werden können.

Tab. 6: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Flüssen

Nr.	Beschreibung
B.01	Höhenrelation zwischen zwei aufeinander folgenden Objektpunkten (4.19)
B.02	Höhenrelation Randpunkt – direkter Nachbarpunkt (4.18)
B.03	Abstand Punkt – Schrägebene (4.8)
B.04	Höhe Randpunkt (4.1)

Abb. 42 stellt die Abhängigkeit der empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen von der Wahl der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen dar. Die Untersuchungen haben den Sinn, Aussagen über die Korrektheit in Abhängigkeit der Gewichtung der Bedingungen zu treffen. Die linke vertikale Achse enthält die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, rechts sind die Maximalwerte der Verbesserungen dargestellt. Die Untersuchungen basieren auf einem DGM mit einer Höhengenauigkeit von 0.5 m. Die Punkte der Bruchkanten besitzen eine Lagegenauigkeit, die der Hälfte der Höhengenauigkeit des DGM entspricht.

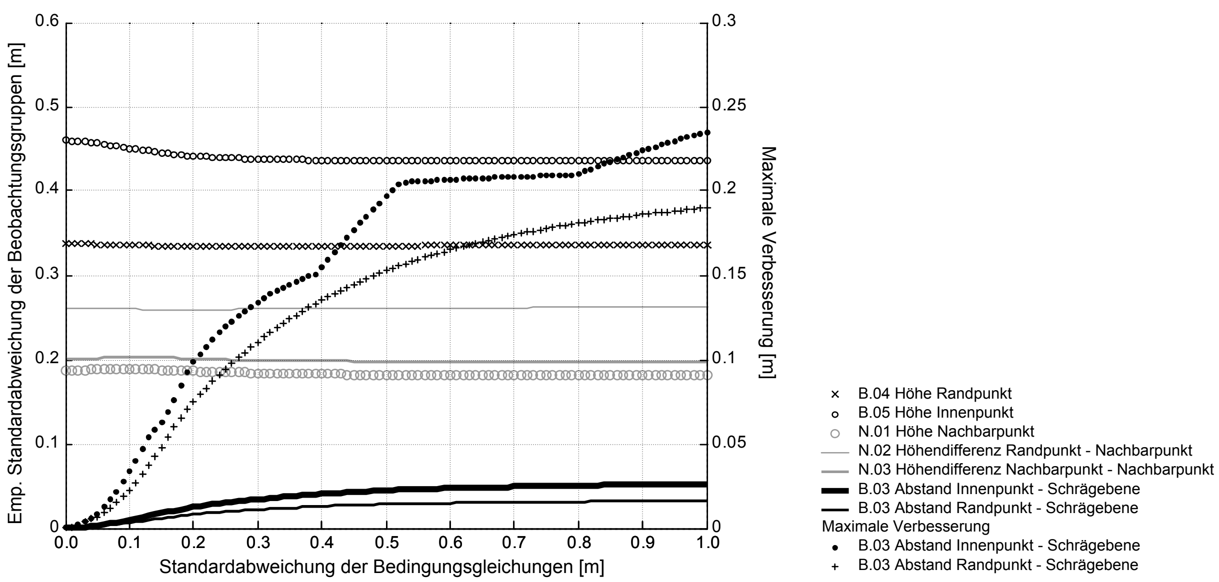


Abb. 42: Ergebnis in Abhängigkeit der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen bei Flüssen

Die empirische Standardabweichung der Bedingungsgleichungen (BG B.03, schwarz dargestellte Linien) ist bei allen Auswertungen kleiner als 0.06 m, doch betragen die maximalen Verbesserungen der BG B.03 mehr als 0.2 m. Sollen die Abweichungen beispielsweise nicht größer als 0.1 m sein, muss die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen (B.03) mit einem Wert von kleiner 0.2 m eingeführt werden. Weil ein Fluss ein natürliches Objekt ist, können größere Abweichungen als zum Beispiel bei Straßen tolieriert werden, sodass Werte dieser Größenordnung als semantisch korrekt aufgefasst werden können. Die empirischen Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen besitzen nur geringe Variationen, was auf einen geringen Einfluss der Gewichtung der Bedingungsgleichungen hindeutet. Bereits durch die Ungleichungsnebenbedingungen – die Höhenrelationen zwischen aufeinander folgenden Objektpunkten (B.01) – werden extreme Variationen benachbarter Punkte beseitigt, sodass dadurch die Abweichungen von den Schrägebenen gering werden. Die empirische Standardabweichung der Innenpunkte (schwarz gekennzeichnete Kreise) liegt geringfügig unter der Höhengenauigkeit des DGM. Der Fluss wird durch Schrägebenen repräsentiert, die Abstände von den Schrägebenen sind recht klein (BG B.03), sodass die Verbesserungen der Innenpunkte (BG B.05) direkt die Fehler des DGM repräsentieren. Noch geringer ist die empirische Standardabweichung der Randpunkte (schwarz dargestellte Kreuze), weil diese durch Interpolation entstehen und somit aufgrund der Fehlerfortpflanzung eine höhere Genauigkeit aufweisen.

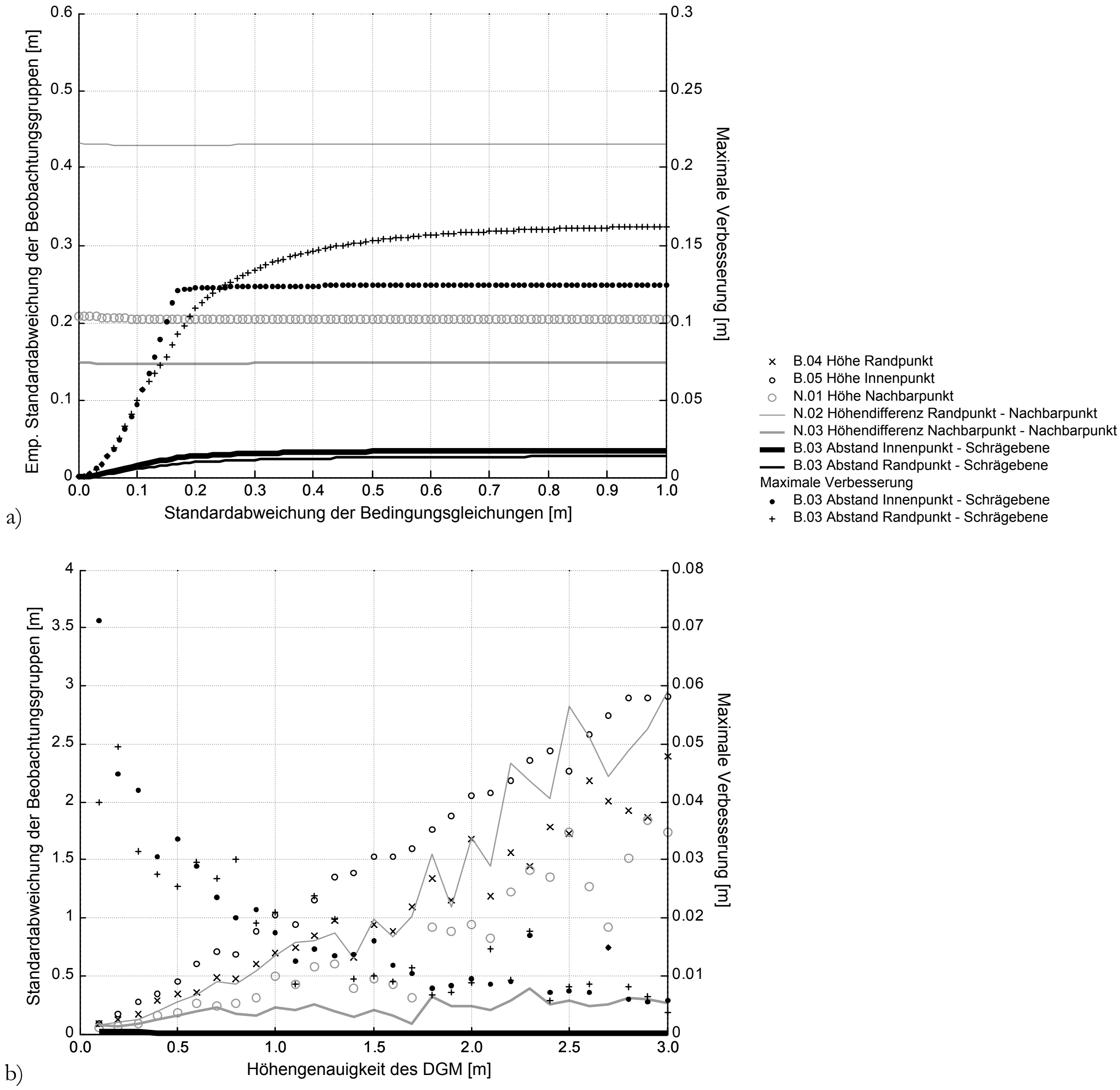


Abb. 43: a) Ergebnis in Abhängigkeit der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen bei Flüssen, DGM ohne Bruchkanten, b) Ergebnis in Abhängigkeit der Höhengenauigkeit des DGM

Weil die Verbesserungen der Randpunkthöhen abstandsgewichtet auf die Nachbarpunkte übertragen werden, ist die empirische Standardabweichung der Nachbarpunkte wiederum geringer als die der Randpunkte, gleiches gilt für die Höhendifferenzen.

Systematische Fehler werden beispielsweise durch fehlende Bruchkanten verursacht (vgl. Abb. 43a). Die interpolierten Randpunkthöhen befinden sich weit oberhalb der Höhen der Innenpunkte, weil für die Interpolation Stützpunkte verwendet werden, die weiter vom Fluss entfernt liegen. Die Teilebenen verlaufen durch die Höhen der Rand- und Innenpunkte. Die geschätzten Randpunkthöhen werden in Bezug zum interpolierten Wert gesenkt, die Innenpunkthöhen hingegen angehoben. Die Verbesserungen enthalten direkt den systematischen Fehler, der durch die fehlenden Bruchkanten hervorgerufen wird. Somit liegen die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen B.04 und B.05 über den Werten, die sich bei der Berücksichtigung von Bruchkanten ergeben. Weil die Randpunkthöhen größere Verbesserungen aufweisen, tun dieses auch die Höhen der Nachbarpunkte, was größere Standardabweichungen zur Folge hat (grau dargestellte Kreise).

Unterschiedliche Höhengenauigkeiten des DGM führen zu dem in Abb. 43b dargestellten Ergebnis. Bei den Untersuchungen wird die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen konstant mit 0.1 m eingeführt. Die Abbildung zeigt, dass die empirische Standardabweichung der Bedingungen grundsätzlich kleiner als 0.1 m ist (schwarz durchgezogene Linien). Auch die maximalen Abweichungen unterschreiten immer diesen Wert. D.h. dass bei dieser Gewichtswahl und einem DGM mit Höhengenauigkeiten von 0.1 bis 3.0 m immer ein semantisch korrektes Ergebnis erzielt werden kann. Dennoch fällt auf, dass bei sehr genauen DGM die Abweichungen ansteigen. Wichtig ist hier das Verhältnis der eingeführten Genauigkeitsmaße zu der Gewichtung der Bedingungsgleichungen.

5.2.1.3 Straße

Bei Straßen müssen Absolutglieder für die maximale Neigung einer Schrägebene sowie für die maximale Differenz zweier Neigungen benachbarter Schrägebenen in Fahrtrichtung der Straße angegeben werden (vgl. Tab. 7, C.01 und C.02). Zudem sind die Standardabweichungen der Gruppen von Beobachtungen festzulegen. Die Objekte setzen sich aus horizontalen Ebenen und Schrägebenen zusammen, wobei die Objektpunkte Punkte der Mittelachse sind (C.05 und C.08) oder den Straßenrand bzw. den Rand der Ebenen repräsentieren (Randpunkte, BG C.06 und C.09). Originäre DGM-Punkte befinden sich innerhalb der Straße (Innenpunkte, BG C.07 und C.10). Ein semantisch korrektes Ergebnis wird erzielt, wenn die Bedingungsungleichungen erfüllt sind, die Abstände der Punkte von den Schrägebenen einen zu spezifizierenden Wert nicht überschreiten (C.04) und die Straßen nahezu horizontale Querprofile besitzen (C.03).

Der synthetische Datensatz Straße besteht aus drei linienhaften Objekten, die durch einen gemeinsamen Punkt miteinander verbunden sind. Die Fahrbahnbreite beträgt 6 m. Dieser Wert wird zur Pufferung der Straße verwendet. Die drei Objekte sind etwa gleich lang, wobei zwei Straßen in nord-südlicher und eine in ost-westlicher Richtung verlaufen. Das DGM besteht aus 315 gitterförmig angeordneten Punkten: 15 Punkte in x- und 21 Punkte in y-Richtung. Die Gitterweite beträgt 5 m. Die Straßen sind im DGM durch Bruchkanten begrenzt, diese repräsentieren die Straßenränder. Eine rein geometrische Integration beider Datensätze führt zu einem semantisch korrekten Ergebnis. In Längsrichtung besitzen die Straßen maximale Neigungen und Neigungsdifferenzen von 0.10 bzw. 0.05.

Bei Straßen sind die Gewichte der Bedingungsgleichungen (BG C.03 und C.04) frei wählbar. Die Standardabweichungen der restlichen Beobachtungsgleichungen ergeben sich aus der Höhengenauigkeit des DGM. Wiederum wurde untersucht, welche Gewichte für die

Tab. 7: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Straßen

Nr.	Beschreibung
C.01	Maximale Neigung (4.12); (4.13)
C.02	Maximale Neigungsdifferenz (4.15); (4.16)
C.03	Horizontales Querprofil (4.10)
C.04	Abstande Punkt – Schrägebene (4.8); (4.9)
Punkte auf Horizontalebene	
C.05	Höhe Mittelpunkt (4.6)
C.06	Höhe Randpunkt (4.6)
C.07	Höhe Innenpunkt (4.7)
Punkte auf Schrägebene	
C.08	Höhe Mittelpunkt (4.1)
C.09	Höhe Randpunkt (4.1)
C.10	Höhe Innenpunkt (4.2)

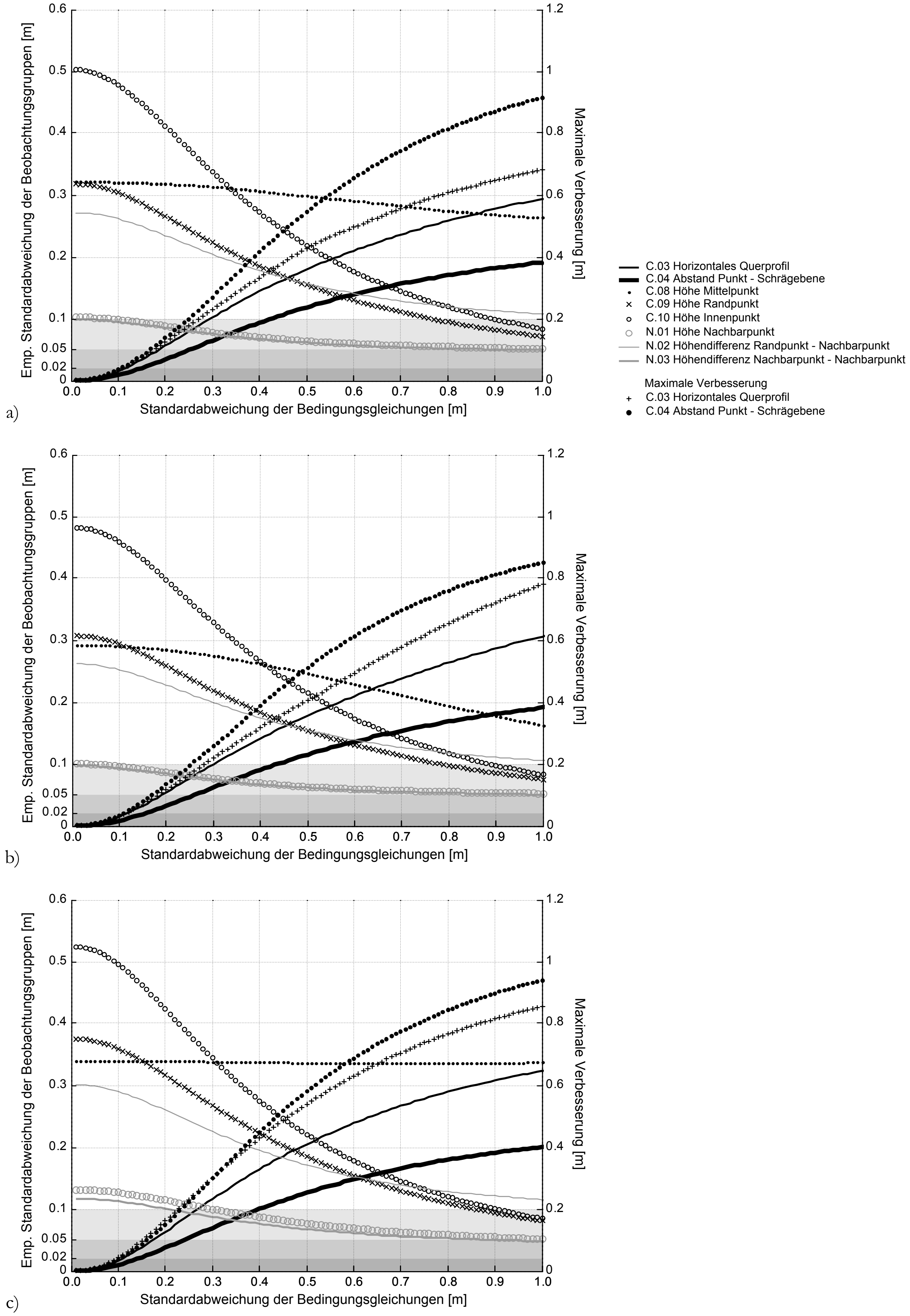


Abb. 44: Ergebnis in Abhängigkeit der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen bei Straßen, a) Maximal zulässige Neigung und Neigungsdifferenz von 0.1 bzw. 0.05, b) keine Einschränkung der Neigungen und Neigungsdifferenzen, c) Neigungen und Neigungsdifferenzen von 0.06 und 0.04. Die grau hinterlegten Flächen kennzeichnen Bereiche von 0.02, 0.05 und 0.1 m.

Bedingungsgleichungen eingeführt werden müssen, um ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen. Abb. 44a stellt die Abhängigkeit der empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen dar. Die Untersuchungen basieren auf dem zuvor beschriebenen DGM, dem normalverteilte zufällige Fehler aufaddiert wurden. Die Standardabweichung des Rauschens beträgt 0.5 m. Zusätzlich wurden die Lagekoordinaten der Bruchkanten verrauscht, wobei der Betrag des Rauschens etwa der Hälfte des Rauschens der Höhen entspricht. Bei den Untersuchungen werden maximale Neigungen und Neigungsdifferenzen von 0.10 und 0.05 eingeführt, was den originären Werten entspricht. Auf der horizontalen Achse sind die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen aufgeführt (C.03 und C.04), die linke vertikale Achse stellt die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgleichungen dar, die rechte Achse enthält die Maximalwerte der Verbesserungen.

Die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen sind geringer als die Höhengenauigkeit des DGM. Bei einer geringen Standardabweichung für die Bedingungsgleichungen sind deren Verbesserungen gering, die der Rand- und Innenpunkte hingegen groß. Die Beobachtungen widersprechen sich. Jede Teilebene wird durch mindestens 6 Punkte begrenzt, 2 Mittelpunkte und 4 Randpunkte. Zusätzlich befinden sich ggf. Punkte innerhalb der Begrenzung. Das heißt, die Ebene enthält mindestens 3 Punkte mehr als zu ihrer Bestimmung erforderlich sind. Erhalten die Bedingungsgleichungen ein hohes Gewicht, sind die Querprofile horizontal und die Punkte sind auf den Ebenen positioniert. Die Punkthöhen der Innen- und Randpunkte müssen verändert werden, um einer semantisch korrekten Darstellung zu entsprechen. Je geringer die Gewichtung der Bedingungsgleichungen, desto größer sind deren Verbesserungen und desto geringer sind die Verbesserungen der Objektpunkte.

Bis zu einer Standardabweichung der Bedingungsgleichungen (C.03 und C.04) von 0.17 m unterschreiten die empirischen Standardabweichungen dieser BG einen Wert von 0.05 m. Ist dieser Wert für die Anwendung ausreichend, werden hierdurch die geringsten Veränderungen der Objektpunkte hervorgerufen. Bei einer Standardabweichung kleiner gleich 0.01 m sind die Ergebnisse nahezu identisch.

Die Werte der BG C.03 sind größer als die der BG C.04. Verläuft beispielsweise eine Schrägebene vermittelnd durch die Punkte eines Querprofils, ist die Verbesserung der Höhe des Mittelpunktes Null, die Verbesserungen der Randpunkthöhen sind vom Betrag her gleich, doch besitzen sie unterschiedliche Vorzeichen. Weil die Teilebene vermittelnd durch die Punkte verläuft, ist der Abstand Punkt – Schrägebene kleiner als der Abstand zur Horizontalen. Hieraus folgen größere Verbesserungen der BG C.03, was zu größeren Standardabweichungen führt.

Die empirische Standardabweichung der Mittelpunkte wird weniger stark von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen beeinflusst als die der Rand- und Innenpunkte. Jede Schrägebene enthält maximal 2 Mittelpunkte, die in den Bedingungsungleichungen und -gleichungen berücksichtigt werden. Die Lage der Teilebenen in Fahrtrichtung wird stark von den Ungleichungen beeinflusst, sodass eine veränderte Gewichtung der Bedingungsgleichungen wenig Einfluss auf die Verbesserungen der Mittelpunkte ausübt.

Der Einfluss der Bedingungsungleichungen auf das Ergebnis wird durch Abb. 44b und c dargestellt. In Abb. 44b wird auf eine Einschränkung der Neigungen und Neigungsdifferenzen verzichtet. Der Unterschied zu Abb. 44a ist relativ gering, weil dort die ursprünglichen Maximalwerte verwendet wurden. Die empirischen Standardabweichungen der horizontalen Querprofile nehmen geringfügig zu, die der Mittelpunkte nehmen signifikant ab. Hier wird ein geringerer Zwang ausgeübt, sodass sich die Teilebenen mehr den originären Höhen annähern können. Dennoch sind die Ergebnisse i.d.R. semantisch inkorrekt, weil die Höhen zu stark variieren, sodass eine Einschränkung der Neigungen und Neigungsdifferenzen zwingend erforderlich ist.

Bei der Verwendung zu kleiner Absolutglieder wachsen die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen an (vgl. Abb. 44c). Der Wert der Höhen der Mittelpunkte ist bei allen Auswertungen nahezu konstant, die Höhen werden von den Ungleichungen sehr stark eingeschränkt, sodass eine unterschiedliche Gewichtung der Bedingungsgleichungen keinen Einfluss auf die Verbesserungen der Höhen der Mittelpunkte hat.

Die Darstellung in Abb. 45 basiert auf DGM unterschiedlicher Höhengenauigkeit. Bei den Untersuchungen wurde ein konstanter Wert von 0.1 m für die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen eingeführt. Die empirischen Standardabweichungen liegen bei allen Auswertungen unter 0.1 m. Die Maximalwerte der Verbesserungen nehmen zu Beginn extreme Werte an. Das

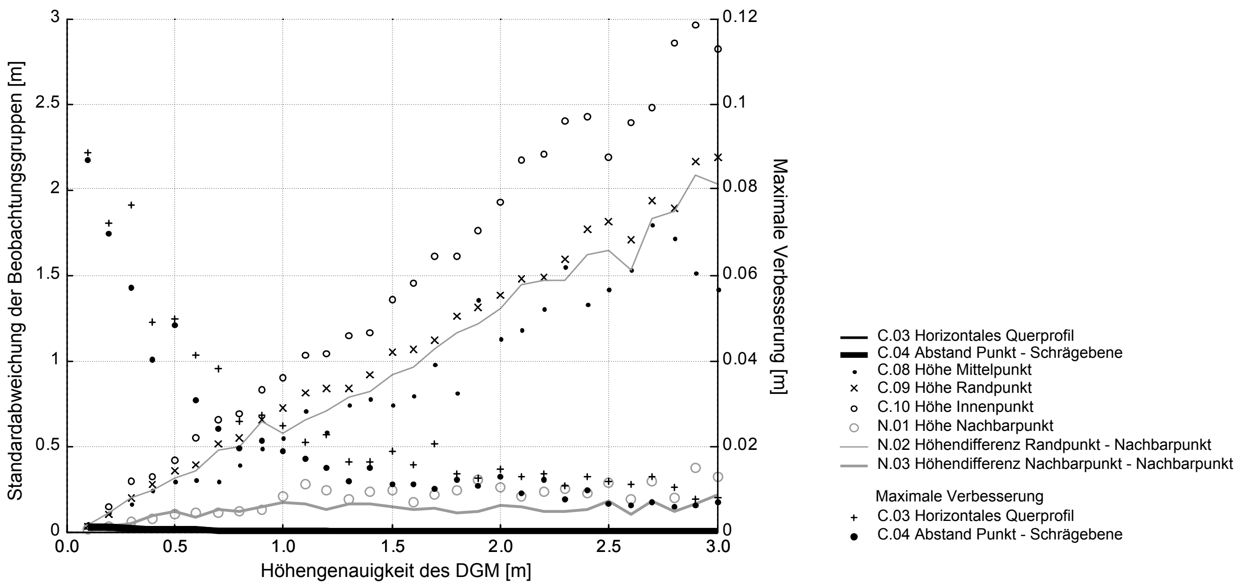


Abb. 45: Ergebnis in Abhängigkeit der Höhengenauigkeit des DGM bei Straßen

DGM weist eine relativ hohe Höhengenauigkeit auf, sodass auch die Basisbeobachtungen mit einer hohen Genauigkeit eingeführt werden. Weil das Verhältnis der eingeführten Standardabweichung der Basisbeobachtungen zu denen der Bedingungsgleichungen sehr gering ist, widerspricht das Ergebnis einer semantisch korrekten Darstellung. Ist die Höhengenauigkeit nur etwa 10-fach schlechter als die eingeführte Standardabweichung der Bedingungsgleichungen, unterschreiten die maximalen Verbesserungen einen Wert von 0.1 m.

5.2.2 Korrektur von Lage und Höhe

Bei dieser Variante des Verfahrens wird die Nachbarschaft durch die Beobachtungsgleichungen berücksichtigt, die bereits bei der ersten Variante Anwendung fanden (vgl. Abschnitt 5.2.1, Tab. 4).

Wiederum werden jeweils zu jedem Objektrandpunkt 4 Nachbarpunkte berücksichtigt. Überschreitet der Abstand zweier benachbarter Randpunkte die halbe mittlere Punktdichte des DGM, werden Steiner-Punkte eingeführt. Vereinzelt wird bei den Untersuchungen auf die Anzahl und Position der Steiner-Punkte eingegangen.

5.2.2.1 See

Bei Seen werden die Bedingungsungleichungen durch die Gruppen D.01 und D.05 repräsentiert (vgl. Tab. 8). Die Absolutglieder dieser Gruppen werden als konstant mit den Werten 0.01 m und 20° eingeführt. Der erste Wert bezeichnet die minimale Differenz zwischen der geschätzten Seehöhe und den Höhen der direkten Nachbarpunkte. Der zweite Wert legt einen Toleranzbereich um den ursprünglichen Winkel benachbarter Randpunkte fest, der Winkel darf um maximal ±20°=0.349 vom ursprünglichen Winkel abweichen. Dieser Wert kann generell vom Anwender festgelegt werden.

Tab. 8: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Seen, zweite Variante des Verfahrens

Nr.	Beschreibung
D.01	Höhenrelation See – direkter Nachbarpunkt (4.17)
D.02	Lagekoordinaten Randpunkt (4.20)
D.03	Höhe Randpunkt (4.6)
D.04	Höhe Innenpunkt (4.7)
D.05	Winkelbedingung (4.27), (4.28)

Den Untersuchungen dieses Abschnitts liegen die bereits in Abschnitt 5.2.1.1 beschriebenen Daten zugrunde. Die Höhengenauigkeit des DGM, die dort durch aufaddierte normalverteilte zufällige Fehler realisiert wurde, hat hier erheblichen Einfluss auf die Lösbarkeit des Verfahrens. Extreme Variationen der DGM-Höhen können zur Nicht-Konvergenz des Verfahrens führen. Der Parametervektor entspricht dabei häufig dem mit minus eins multiplizierten Vektor der vorigen Iteration. Problematisch sind häufig Randpunkte, die von Iteration zu Iteration zwischen benachbarten Dreiecken des DGM-Dreiecksnetzes springen. Es ist nicht möglich, den oder die entsprechenden Randpunkte zu ermitteln, die zur

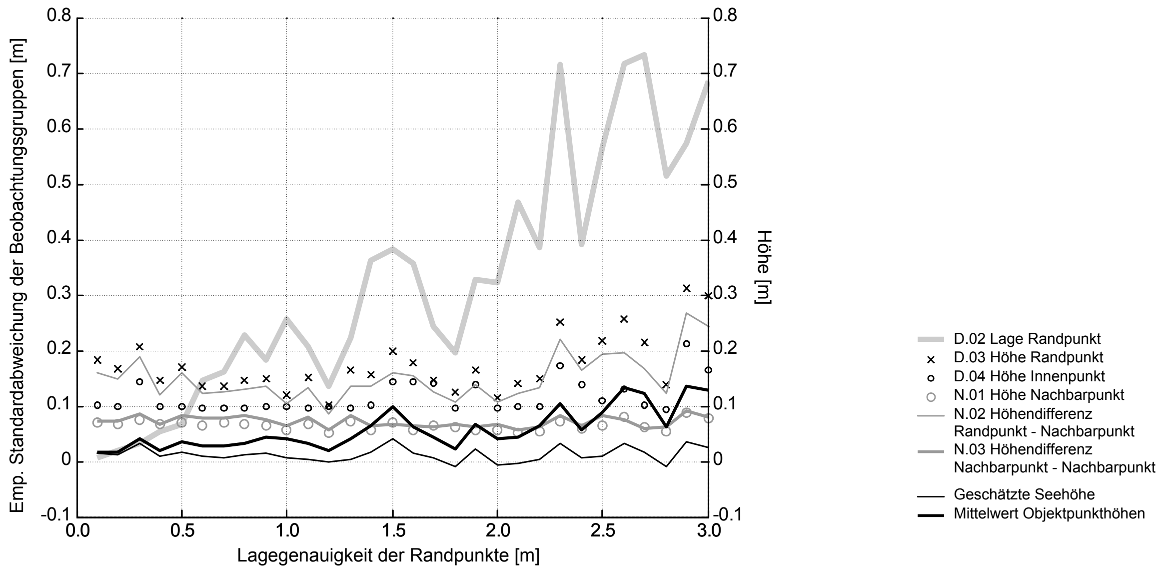


Abb. 46: Abhängigkeit des Ergebnisses von der Lagegenauigkeit des Objektes, See, zweite Variante des Verfahrens

Nicht-Konvergenz des Verfahrens führen. Vereinzelt wird eine Lösung dadurch herbeigeführt, indem die Randpunkte mit den geschätzten Lagekoordinaten der vorigen Iteration initialisiert werden und das Gewicht der direkt beobachteten Lagekoordinaten erhöht wird. Die sich bis zu dieser Iteration ergebenden Verbesserungen werden dabei gespeichert, um Aussagen über die Beträge der Veränderungen sowie über die empirischen Standardabweichungen der jeweiligen Beobachtungsgruppe treffen zu können. Zwar werden die ursprünglichen Beobachtungsgleichungen verändert, doch kann durch diese Vorgehensweise die Konvergenz des Verfahrens herbeigeführt werden.

In der Realität ist häufig die Höhengenauigkeit des DGM innerhalb von Wasserflächen besser als in den übrigen Bereichen. Wurde die Uferlinie terrestrisch oder photogrammetrisch erfasst, werden die Höhen der Punkte innerhalb des Gewässers interpoliert, wobei die Höhenwerte der Gewässerbegrenzung zur Interpolation verwendet werden. Beim Laserscanning können in den Gewässern Datenlücken auftreten, weil beispielsweise aufgrund von Totalreflektionen kein ausreichendes Signal zur Antenne zurückkehrt. DGM der Landesvermessungen besitzen häufig innerhalb der durch Bruchkanten begrenzten Gewässer ein konstantes Seeniveau. D.h. die Höhenvariationen im Bereich der Gewässer sind geringer als außerhalb.

In den Untersuchungen wurden den DGM-Punkten innerhalb des Gewässers sowie den Punkten der Bruchkanten normalverteilte zufällige Fehler mit einer Standardabweichung von 0.1 m aufaddiert. Außerhalb des Gewässers beträgt die Höhengenauigkeit 0.5 m. Die Untersuchungen dienen der Überprüfung des Einflusses der Lagegenauigkeit des Objektes. Es wurden 30 verschiedene Datensätze verwendet, die die Lagekoordinaten eines Sees mit einer Standardabweichung von 0.1 bis 3.0 m enthalten. Auf der horizontalen Achse in Abb. 46 ist die Lagegenauigkeit der Randpunkte aufgeführt, die linke vertikale Achse enthält die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen. Die geschätzte Seehöhe und der Mittelwert der Objektpunkthöhen beziehen sich auf die rechte vertikale Achse. Tendenziell wächst bei geringer Genauigkeit der Lagekoordinaten die empirische Standardabweichung der Randpunkthöhen. Die empirische Standardabweichung der Innenpunkte liegt nahezu konstant bei etwa 0.1 m, die Werte repräsentieren direkt die Höhengenauigkeit des DGM innerhalb des Gewässers. Die Berücksichtigung der Ungleichungen führen zu geschätzten Seehöhen, die grundsätzlich unterhalb der Mittelwerte der Objektpunkthöhen liegen. Das Verfahren konvergiert bei allen Auswertungen, doch nehmen die zur Erzielung des Ergebnisses notwendigen Iterationen zu. Zu Beginn werden 3 Iterationen benötigt, bei einer Standardabweichung der Lagekoordinaten von 2.5 m sind es bereits 23.

Faktoren, die die Konvergenz des Verfahrens beeinflussen, sind die Anzahl und die Position zusätzlich eingefügter Steiner-Punkte. Ist der Abstand der Randpunkte kleiner als die halbe mittlerre Punktdichte der DGM-Punkte, kann es zur Nicht-Konvergenz des Verfahrens führen, weil die Positionen einer Vielzahl von Punkten von Iteration zu Iteration zwischen benachbarten Dreiecken wechseln.

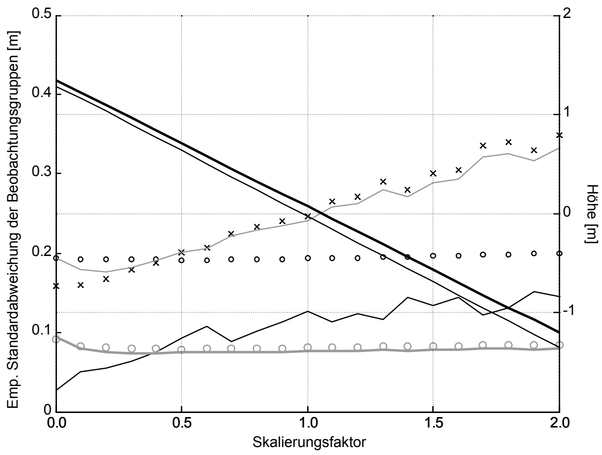


Abb. 47: Einfluss der Geländetopographie, zweite Variante des Verfahrens, Legende siehe vorige Abb. 46

Ein weiterer Einfluss nehmender Faktor ist der Geländehöhenunterschied. Zur Untersuchung des Einflusses wird ein mit einem Skalierungsfaktor multipliziertes DGM verwendet. Den Daten wurden normalverteilte zufällige Fehler mit einer Standardabweichung von 0.2 m aufaddiert. Abb. 47 stellt die Abhängigkeit in Form einer Graphik dar. Die empirische Standardabweichung der Innenpunkte ist nahezu konstant. Die Verbesserungen repräsentieren die Abweichungen von der Horizontalebene und enthalten somit direkt die aufaddierten zufälligen Fehler. Die empirische Standardabweichung der Randpunkthöhen steigt mit zunehmender Skalierung an. Die zur Interpolation verwendeten Stützpunkte sind Innen- und Nachbarpunkte. Während sich die relativen Höhendifferenzen der Innenpunkte durch die Skalierung nicht verändern, sind die Nachbarpunkte aufgrund ihrer Höhenunterschiede von der Skalierung betroffen, sodass ein erhöhter Skalierungsfaktor zu extremen von den Innenpunkten abweichenden Randpunkthöhen führen. Die Veränderungen der Randpunkthöhen wirken sich auf die Verbesserungen der Höhendifferenzen aus, deren Standardabweichungen ebenfalls zunehmen.

5.2.2.2 Fluss

Wiederum werden bei Flüssen für die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen 0.0 m (vgl. Tab. 9, E.01) bzw. 0.01 m (Gruppe E.02) als konstante Werte eingeführt Die Winkel zwischen benachbarten Randpunkten dürfen wie bei Seen (vgl. Abschnitt 5.2.2.1) um ±20° von dem ursprünglichen Winkel abweichen (Gruppe E.07).

Flüsse besitzen Randpunkte, deren Lagekoordinaten in dem Optimierungsverfahren geschätzt werden. Wie bei Seen führt dieses bei extrem verrauschten Daten ggf. zur Nicht-Konvergenz des Verfahrens. Die Randpunkte werden individuell in ihrer Lage verschoben, sodass einzelne Punkte von Iteration zu Iteration zwischen zwei Dreiecken hin und her springen. Auch hier wird das Problem teilweise gelöst, indem die Koordinaten der Randpunkte mit den geschätzten Werten der letzten Iterationen initialsiert werden und deren Gewichte erhöht werden.

Für die Untersuchungen wird der in Abschnitt 5.2.1.2 beschriebene Datensatz verwendet. Es wird davon ausgegangen, dass die Höhengenauigkeit des DGM 0.5 m beträgt, innerhalb des Gewässers soll der Datensatz eine höhere Genauigkeit aufweisen. Die Standardabweichung der addierten zufälligen Fehler beträgt dort 0.1 m. Die Positionen der Randpunkte des Flusses werden mit einer Standardabweichung von 3 m eingeführt, was in der Realität der Lagegenauigkeit der ATKIS-Daten entspricht. Der einzige freie Parameter ist die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen. Die Untersuchungen haben das Ziel, Aussagen über die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen zu treffen.

Tab. 9: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Flüssen, zweite Variante des Verfahrens

Nr.	Beschreibung
E.01	Höhenrelation zwischen zwei aufeinander folgenden Objektpunkten (4.19)
E.02	Höhenrelation Randpunkt – direkter Nachbarpunkt (4.18)
E.03	Abstand Punkt – Schrägebene (4.8)
E.04	Lagekoordinaten Randpunkt (4.20)
E.05	Höhe Randpunkt (4.1)
E.06	Höhe Innenpunkt (4.7)
E.07	Winkelbedingung (4.27); (4.28)

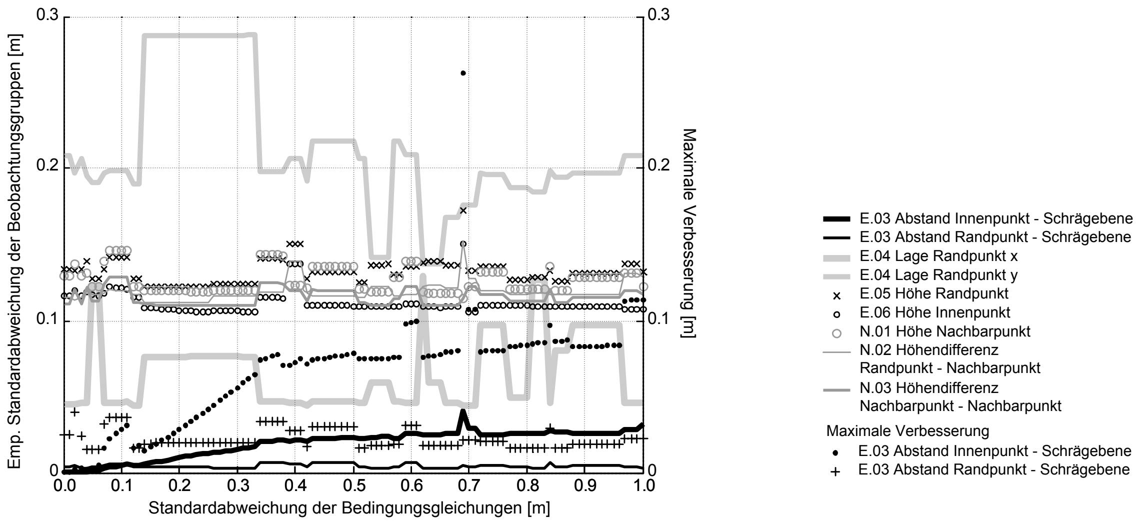


Abb. 48: Einfluss der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen bei Flüssen, zweite Variante des Verfahrens

Auf der horizontalen Achse in Abb. 48 ist die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen aufgeführt. Die linke vertikale Achse enthält die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, die rechte Seite die maximalen Verbesserungen der Bedingungsgleichungen. Die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen liegen maximal bei wenigen Zentimetern. Die maximalen Verbesserungen befinden sich unterhalb von 0.1 m. Zwar stellt ein Fluss ein natürliches Objekt dar, doch sollten innerhalb des Gewässers die Abweichungen die Genauigkeit des DGM nicht überschreiten. Demnach sollten für die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen Werte kleiner gleich 0.25 m eingeführt werden. Die Standardabweichung der Lagekoordinaten variiert extrem und hängt von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen ab, dennoch sind die Veränderungen der Positionen der Randpunkte tendenziell gleich. Zwischen 0.13 und 0.32 m sind die Ergebnisse nahezu identisch, ausschließlich die maximalen Verbesserungen der Bedingungsgleichungen steigen linear an, die empirische Standardabweichung der y-Koordinaten erreicht hier ihren Maximalwert, doch ist das Ergebnis in diesem Bereich relativ stabil.

5.2.2.3 Straße

Tab. 10 enthält eine Zusammenstellung der Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Straßen. Neben den aufgeführten Beobachtungsgruppen wird der Maßstab jedes Objektteils als Beobachtung eingeführt, um einer extremen maßstäblichen Veränderung entgegenzuwirken. Diese Beobachtungsgleichung wird mit einer Standardabweichung von 0.0001 m eingeführt und besitzt somit verglichen mit den restlichen Beobachtungen ein wesentlich größeres Gewicht. Zusätzlich werden die Lagekoordinaten des gemeinsamen Punktes der Objektteile mit einer Standardabweichung von 0.001 m eingeführt (s. Gl. (4.24)), sodass die Differenzen zwischen den geschätzten und den transformierten Koordinaten verschwindend klein werden. Für die zulässigen Neigungen und Neigungsdifferenzen der Schrägebenen bzw. benachbarter

Tab. 10: Gruppen von Beobachtungsgleichungen und Bedingungsungleichungen bei Straßen, zweite Variante des Verfahrens

Nr.	Beschreibung
F.01	Maximale Neigung (4.12); (4.13)
F.02	Maximale Neigungsdifferenz (4.15); (4.16)
F.03	Horizontales Querprofil (4.10)
F.04	Abstand Punkt – Schrägebene (4.8); (4.9)
Punkte auf Horizontalebene	
F.05	Lagekoordinaten Mittelpunkt (4.21)
F.06	Lagekoordinaten Randpunkt (4.21)
F.07	Höhe Mittelpunkt (4.6)
F.08	Höhe Randpunkt (4.6)
F.09	Höhe Innenpunkt (4.7)
Punkte auf Schrägebene	
F.10	Lagekoordinaten Mittelpunkt (4.21)
F.11	Lagekoordinaten Randpunkt (4.21)
F.12	Höhe Mittelpunkt (4.1)
F.13	Höhe Randpunkt (4.1)
F.14	Höhe Innenpunkt (4.2)

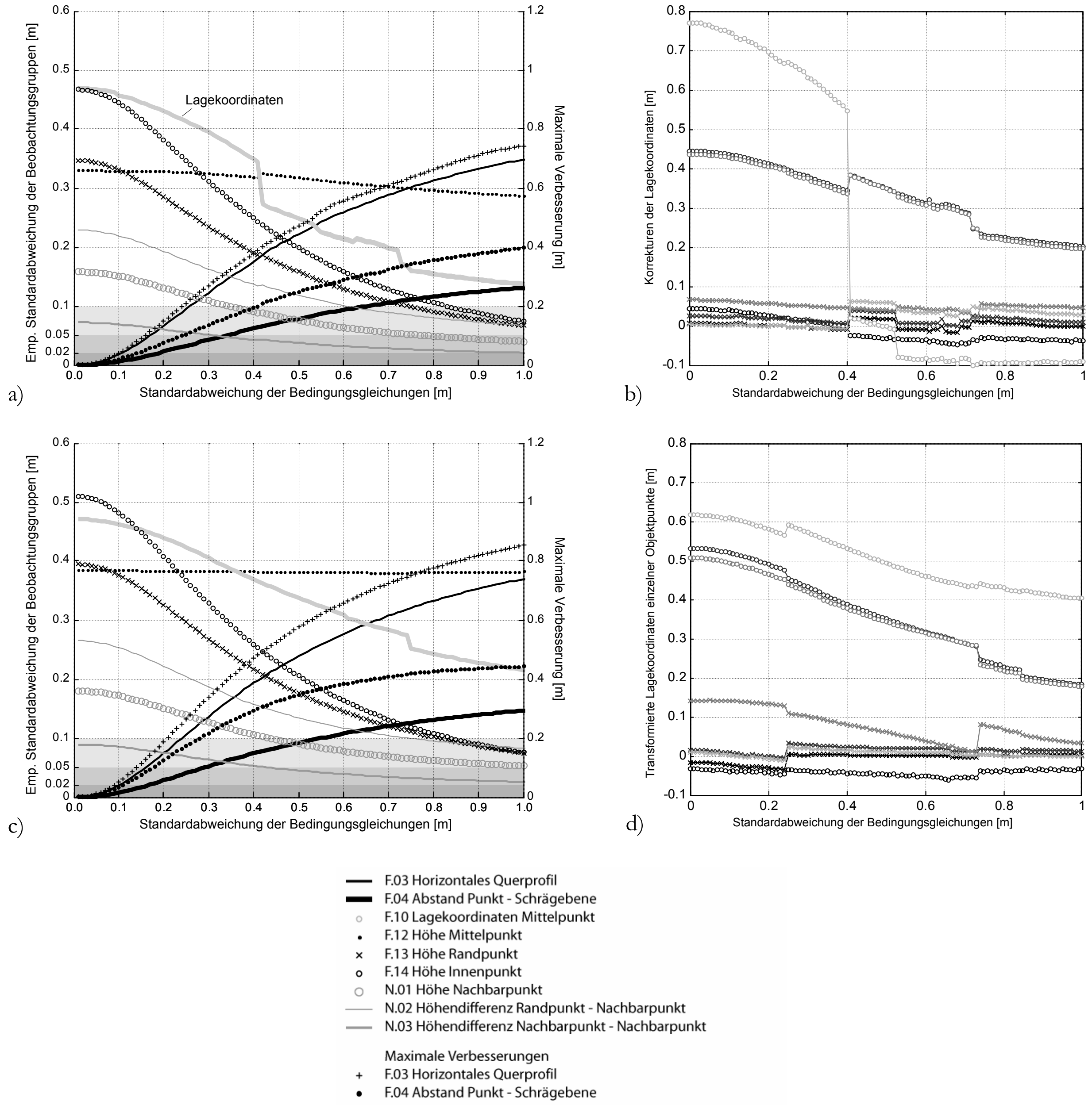


Abb. 49: Einfluss der Standardabweichung der Bedingungsgleichungen bei Straßen, a) Korrekte Absolutglieder der Bedingungsungleichngen, b) Maximale Verschiebungen der Endpunkte der Objektteile, c) Zu kleine Absolutglieder der Bedingungsungleichungen, d) d) Maximale Verschiebungen der Endpunkte der Objektteile bei zu klein gewählten Absolutgliedern, zweite Variante

Schrägebenen werden Werte von 0.10 bzw. 0.05 eingeführt. Die Werte werden in den ersten Untersuchungen als konstante Parameter für die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen verwendet (s. Tab. 10, F.01 und F.02).

Die Untersuchungen basieren auf dem bereits in Abschnitt 5.2.1.3 eingeführten Digitalen Geländemodell, welches durch Addition zufälliger normalverteilter Fehler verrauscht wurde. Die Höhengenauigkeit des DGM beträgt 0.5 m. Während in Abschnitt 5.2.1.3 die Lagekoordinaten der Straßen als fehlerfrei eingeführt wurden, werden hier Werte addiert, um Fehler zu simulieren. Dabei kann nicht von zufälligen Fehlern gesprochen werden, weil die Straßen nur aus 4 ursprünglichen Punkten bestehen. Die Positionen eines Objektpunktes werden mit einer Standardabweichung von 3 m in die Untersuchungen eingeführt.

Bei Straßen sind die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen (Tab. 10, F.03 und F.04) frei wählbar. Alle weiteren anzugebenden Werte sind aus der Genauigkeit des Digitalen Geländemodells abzuleiten. Die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen sind anderweitigen Informationen zu entnehmen, z.B. Plänen des Straßenbaus. Die ersten Untersuchungen dieses Abschnitts zeigen die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen (s. Abb. 49a). Die horizontale Achse enthält die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen. Die linke vertikale Achse kennzeichnet die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungsgleichungen, diese gibt Auskunft über die Veränderungen, die zur Herstellung eines semantisch korrekten Ergebnisses notwendig sind sowie über die Korrektheit des Ergebnisses. Die rechte vertikale Achse stellt die maximalen Verbesserungen der Bedingungsgleichungen dar.

Tendenziell entspricht das Ergebnis dem des Abschnitts 5.2.1.3, Differenzen ergeben sich aufgrund der veränderten Positionen der Objektpunkte, d.h. aufgrund der addierten Fehler. Zwar werden die Lagekoordinaten durch die ermittelten Transformationsparameter korrigiert, doch werden die Straßen durch die Transformation nicht wieder an ihrer korrekten Lage positioniert. Hieraus folgt eine stärkere Veränderung der Höhenwerte, um trotzdem ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen. Bis zu einer Standardabweichung der Bedingungsgleichungen von etwa 0.15 m liegen die maximalen Verbesserungen unterhalb von 0.05 m. Durch ein hohes Gewicht für die Bedingungsgleichungen wird ein Zwang ausgeübt, sodass größere Verbesserungen der Lagekoordinaten verursacht werden, die Positionen der Objektteile werden stärker verändert. Ein geringes Gewicht verursacht geringere Veränderungen der Lagekoordinaten. In dem Graphen, der die Standardabweichungen der BG F.10 und F.11 darstellt, sind einige abrupte Übergänge zu erkennen. Diese werden verursacht, indem Objektpunkte durch Lageveränderungen in benachbarte Dreiecke des DGM-Dreiecksnetzes fallen. Abb. 49b stellt die Veränderungen der Endpunkte der Objektteile bei den verschiedenen Auswertungen dar. Die Kreise kennzeichnen die Veränderungen in x-Richtung, die Kreuze stellen die Verschiebungen in y-Richtung dar. Es ist ersichtlich, dass bei einem sehr großen Gewicht, d.h. einer sehr kleinen Standardabweichung der Bedingungsgleichungen, große Veränderungen verursacht werden. Die Werte nehmen bei Verringerung des Gewichts ab, d.h. die Straßen werden weniger stark in ihrer Position verschoben.

Sind keine ausreichenden Kenntnisse über die maximalen Neigungen und Krümmungen einer Straße vorhanden, können inkorrekte Absolutglieder zu fehlerhaften Ergebnissen führen. Abb. 49c und d stellen das Ergebnis bei Verwendung maximal zulässiger Neigungen von 0.06 und Neigungsdifferenzen von 0.04 dar. Diese Werte liegen unterhalb der korrekten Werte. Bei einem großen Gewicht für die Bedingungsgleichungen entsprechen die Standardabweichungen für die Lagekoordinaten die des Ergebnisses, die bei Verwendung der korrekten Absolutglieder entstehen. Erst bei einem geringeren Gewicht macht sich der Einfluss der falschen Absolutglieder auf das Ergebnis bemerkbar. Demnach wird bei einer Standardabweichung der Bedingungsgleichungen kleiner gleich 0.2 m ein semantisch korrektes Ergebnis erzielt, wobei sich falsche Absolutglieder nur wenig auf die korrigierten Positionen der Objektteile auswirken. Die Auswirkungen auf die Höhenwerte entsprechen denen der ersten Variante des Verfahrens (vgl. Abschnitt 5.2.1.3).

5.3 Zusammenfassung

Die erste Variante des Verfahrens ist immer lösbar, doch ist die semantische Korrektheit von der Gewichtung der Bedingungsgleichungen abhängig. Seen führen immer zu einem semantisch korrekten Ergebnis, die Genauigkeit der Daten beeinflusst die geschätzte Seehöhe und die Veränderungen der Nachbarpunkte außerhalb des Objektes. Systematische Fehler, z.B. fehlende Bruchkanten, wirken sich direkt auf das Ergebnis aus.

Bei Flüssen bewirken die Bedingungsungleichungen, dass die Höhenwerte nur wenig von den Schrägebenen abweichen, welche den Fluss repräsentieren. Dennoch sind die Bedingungsgleichungen zu berücksichtigen, weil die maximalen Verbesserungen beispielsweise bei einer Höhengenauigkeit des DGM von 0.5 m bis zu 0.25 m betragen.

Bei Straßen und Flüssen spielt das Verhältnis der Gewichtswahl der direkt beobachteten Höhen der Objektpunkte zu der Gewichtung der Bedingungsgleichungen eine entscheidende Rolle. Die Bedingungsgleichungen sollten ein Vielfaches höher gewichtet werden, um ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen. Fehlerhafte Absolutglieder führen zu einem Anstieg der Standardabweichungen der Objektpunkte und somit zu größeren Veränderungen der Daten.

Die zweite Variante des Verfahrens ist nicht immer lösbar. Vor allem die Lagekoordinaten der Randpunkte von Gewässern führen in Einzelfällen zu Zielfunktionsvariationen, die zu Zyklen im Parametervektor führen, sodass das Verfahren nicht konvergiert. Stärker verrauschte Daten können mit dieser Variante des Verfahrens nicht bearbeitet werden. Weil in der Realität DGM zumeist eine hohe relative Genauigkeit aufweisen, ist das Verfahren für viele Fälle dennoch einsetzbar und führt dann zu zufriedenstellenden Ergebnissen. Die Konvergenz kann dabei durch Re-initialisierung der Punkte und Höhergewichtung der entsprechenden direkten Beobachtungen der Lagekoordinaten erreicht werden.

Bei Seen hat die Lagegenauigkeit der Objekte einen direkten Einfluss auf das Ergebnis. Inkonsistenzen zwischen den Daten werden durch die Lagekoordinaten und Höhen der Randpunkte aufgefangen. Bei Flüssen führen unterschiedliche Gewichte für die Bedingungsgleichungen zu stark unterschiedlichen Ergebnissen. Bei Verwendung realistischer Werte für die Bedingungsgleichungen ist das Ergebnis relativ konstant. Die Standardabweichungen der Lagekoordinaten variieren innerhalb eines schmalen Bereiches nur wenig und die Verbesserungen der Bedingungsgleichungen sind vernachlässigbar klein.

Wenig von Zielfunktionsvariationen beeinflusst sind Straßen, weil bei Straßen keine individuellen Positionen geschätzt werden. Stattdessen werden ganze Objekteile durch eine Transformation verschoben. Die Gewichtswahl für die Bedingungsgleichungen wirkt sich dabei auf die Veränderungen der Positionen aus. Unterhalb eines Wertes für die Standardabweichung der Bedingungsgleichungen, der zu einem semantisch korrekten Ergebnis führt, sind die Variationen der Standardabweichungen und der durch die Transformation verursachten Verschiebungen relativ konstant.

6 Ergebnisse mit realen Daten

Dieses Kapitel beschreibt Ergebnisse, die mit realen Datensätzen erzielt wurden. Dabei handelt es sich um Daten des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems ATKIS – das Digitale Geländemodell ATKIS DGM5 sowie Objekte des Digitalen Landschaftsmodells ATKIS Basis-DLM. Die Untersuchungen basieren auf drei kleine Projekte mit unterschiedlichen Szeneninhalten. Es werden die Ergebnisse beider in Kapitel 4 beschriebenen Varianten des Verfahrens dargestellt. Die Parameter basieren auf den Erkenntnissen der Untersuchungen mit synthetischen Daten (vgl. Kapitel 5) sowie auf zusätzlichen Informationen. Im nachfolgenden Abschnitt 6.1 werden die Projekte und deren Szeneninhalte beschrieben. Die durchgeführten Untersuchungen und die erzielten Ergebnisse werden in Abschnitt 6.2 präsentiert. Den Abschluss bildet eine zusammenfassende Bewertung der Ergebnisse (Abschnitt 6.3).

6.1 Beschreibung der Daten

Für die Untersuchungen sind drei Projekte mit unterschiedlichen Szeneninhalten festgelegt worden. Zwei dieser Projekte berücksichtigen ausschließlich eine Objektart. Das dritte Projekt umfasst alle in dieser Arbeit berücksichtigten Objektarten.

Allgemein sind die hier betrachteten Objekte See und Fluss des ATKIS Basis-DLM flächenhafte Objekte. Straßen sind linienförmig modelliert, wobei das Attribut Straßen- oder Fahrbahnbreite für die Verbreiterung und demnach für die Herstellung eines flächenförmigen Objektes verwendet wurde. Seen und Flüsse werden durch geschlossene Polygone, bestehend aus Punkten mit x- und y-Koordinaten, begrenzt. Die Punkte der Straßen kennzeichnen die Mittelachsen. Höheninformation ist in keinem der Objekte enthalten. Das Digitale Geländemodell ATKIS DGM5 ist ein hybrider Datensatz. Das DGM besteht aus gitterförmig angeordneten Stützpunkten, wobei die Gitterweite 12.5 m beträgt. Zusätzlich sind Strukturelemente vorhanden, die morphologisch relevante Geländestrukturen repräsentieren. Jeder Stützpunkt und jeder Punkt der Strukturelemente besitzt einen Höhenwert. Das ATKIS DGM5 approximiert das Gelände in zwei Genauigkeitsstufen, wobei die hier verwendeten Daten zur Stufe 1 gehören, und demnach der durchschnittliche Abstand des DGM zur Geländeoberfläche ±0.5 m beträgt. Die Lagegenauigkeit der Straßen und Gewässer des ATKIS Basis-DLM beträgt 3 m.

Ruthe ist ein Dorf nord-westlich von Sarstedt, südlich von Hannover. Das Projekt umfasst drei Objekte des Digitalen Landschaftsmodells, wobei ausschließlich Seen betrachtet werden. Die Gewässer grenzen an ein Klärwerk an und liegen alle nahe beieinander. Die durch das DGM bedeckte Fläche ist 450 mal 650 m² groß, der Datensatz besteht aus 1961 Massenpunkten sowie 16 Strukturelementen, die wiederum aus insgesamt 118 Punkten gebildet werden. Die Höhen des DGM erstrecken sich von 58.24 m bis 70.14 m. Das Gelände ist somit relativ flach.

Klein Berkel ist ein Ortsteil von Hameln. Charakteristisch für diesen Ort sind Einfamilienhäuser, die sich in leicht bewegtem Gelände befinden und von Straßen umgeben sind. Das den Untersuchungen zugrunde liegende DGM umfasst eine Fläche von 575 mal 400 m² und besteht aus 1551 Massenpunkten. Zusätzlich sind 27 Strukturelemente vorhanden. Das Gelände besitzt eine Höhenvariation von 81.75 bis 135.53 m, woraus eine Differenz von etwa 54 m resultiert. In dem Projekt werden ausschließlich Straßen betrachtet. Die Straßen bestehen aus einem Netz von 13 Objekten, die größtenteils miteinander verbunden sind. Die Fahrbahnbreite beträgt vier Meter. Werden die Straßen wie ein Tuch auf dem DGM positioniert, ergeben sich in Fahrtrichtung mittlere Neigungen und Neigungsdifferenzen von 0.04 bzw. 0.01. Maximal liegen Neigungen von 0.12 sowie Neigungsdifferenzen von 0.09 vor. Die Höhen von Punkten eines Querprofils weichen im Mittel um 0.36 m voneinander ab, die maximale Höhendifferenz zwischen Punkten eines Querprofils beträgt 0.88 m.

Das dritte Projekt berücksichtigt die Objekte See, Fluss und Straße. Der Ort *Kirchohsen* befindet sich südlich von Hameln direkt an der Weser, östlich der Bundesstraße B83. Der objektstrukturierte Datensatz besteht aus einem Ausschnitt des Flusses Weser, einem See sowie einigen Straßen, von denen wenige parallel zum Fluss verlaufen. Das DGM bedeckt eine Fläche von 512.5 mal 650 m² und besteht aus 2226 Massenpunkten und 11 Strukturelementen, von denen einige Bruchkanten der Gewässer sind. Das Gebiet ist relativ flach, es bestehen Höhenvariationen von maximal 8.38 m.

6.2 Beschreibung der Untersuchungen und der erzielten Ergebnisse

Die Basisbeobachtungen, die Bedingungsgleichungen und –ungleichungen sind wie in Abschnitt 5.2.1 in Gruppen eingeteilt. Die Standardabweichungen für die Beobachtungen einer Gruppe sowie die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen basieren auf praktischen Überlegungen. Zusätzlich gehen die aus dem vorigen Kapitel 5 gewonnenen Erkenntnisse ein. Der nachfolgende Abschnitt 6.2.1 fasst die Ergebnisse zusammen, die bei Verwendung der ersten Variante des Verfahrens erzielt wurden. Abschnitt 6.2.2 basiert auf dem Verfahren, das zusätzlich die Veränderung der Lage und Form der Objekte ermöglicht.

6.2.1 Korrektur von Höhenwerten

Das in diesem Kapitel verwendete ATKIS DGM5 approximiert das Gelände in der Genauigkeitsstufe 1. Der durchschnittliche Abstand des DGM5 zur Geländeoberfläche beträgt somit ± 0.5 m. Dieser Wert wird als Standardabweichung für die Höhen der Objekt- und Nachbarpunkte eingeführt. Gewöhnlich ist die Genauigkeit der interpolierten Höhenwerte der Randpunkte besser als die der Stützpunkte, doch wird hier der ungenaueste Wert verwendet. Die Standardabweichungen der Höhendifferenzen ergeben sich durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes durch Multiplikation der Höhengenauigkeit des DGM mit $\sqrt{2}$. Tab. 11 enthält die verwendeten Werte. Die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen werden als konstant mit dem Wert 0.01 m eingeführt. D.h. die Nachbarpunkte müssen sich mindestens einen Zentimeter über dem jeweiligen Objektniveau befinden.

Weil benachbarte Punkte der Objektgeometrien tlw. weit voneinander entfernt sind, werden Steiner-Punkte eingefügt. Als Kriterium für den Abstand zweier Punkte wird die halbe mittlere Punktdichte des DGM verwendet. Die Nachbarschaft wird durch drei Nachbarpunkte jedes Randpunktes berücksichtigt. Somit soll Nachbarschaftstreue gewährleistet werden, doch wird gleichzeitig aufgrund der geringen Anzahl von Nachbarpunkten die Anzahl Beobachtungsgleichungen und Parameter klein gehalten.

Die angegebenen Standardabweichungen gehen in das Projekt *Ruthe* ein. Das Ergebnis ist semantisch korrekt. Alle Objekte werden durch horizontale Ebenen repräsentiert und die Nachbarpunkte befinden sich über den jeweiligen Seeniveaus. Abb. 50 stellt die Oberfläche des integrierten Modells nach Durchführung der Optimierung und anschließender geometrischer Integration dar.

Tab. 11: Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, aus den Verbesserungen abgeleitete statistische Parameter, Projekt *Ruthe* (alle Angaben in Meter)

BG	Stdw.	Verbesserungen				
		Anzahl	Mittel	Stdw.	Min	Max
A.02	0.50	690	-0.27	0.62	-2.01	1.00
A.03	0.50	792	0.34	0.46	-1.69	0.79
N.01	0.50	484	-0.18	0.40	-1.01	1.13
N.02	0.71	1519	0.00	0.24	-1.38	1.31
N.03	0.71	2760	-0.13	0.31	-1.87	1.30

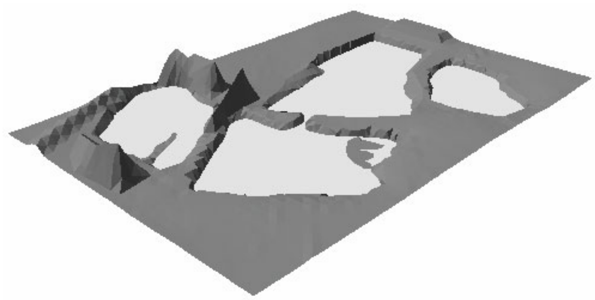


Abb. 50: Ergebnis der semantischen Integration von ATKIS DGM5 und Seen des ATKIS Basis-DLM

Die Verbesserungen sind in der nachfolgenden Abb. 51 dargestellt. Die weißen Kreise kennzeichnen negative, die schwarzen Kreise stellen positive Verbesserungen dar. Je größer der Kreis, desto größer ist der Betrag der jeweiligen Verbesserung. Die Randpunkte besitzen größtenteils negative Verbesserungen, die Innenpunkte dagegen positive. Dieses wird durch die Werte in Tab. 11 bestätigt, in der der Mittelwert der Verbesserungen der BG A.02 negativ ist, der Mittelwert der BG A.03 positiv. Die Höhenwerte der Randpunkte entstehen durch Interpolation. Weil sich einige zur Interpolation verwendeten Stützpunkte außerhalb des Objektes befinden und somit oberhalb des Seeniveaus liegen, ergeben sich interpolierte Höhenwerte, die sich oberhalb des jeweiligen Seeniveaus befinden. Die Interpolation führt somit zu einem systematischen Fehler, der sich in dem negativen Mittelwert ausdrückt. Weil die BG A.02 und A.03 gleich gewichtet werden, ist der Mittelwert der Höhen der Innenpunkte gleichzeitig positiv, die Innenpunkte werden angehoben. Es wird somit ein Seeniveau geschätzt, das sich zwischen den Mittelwerten beider Beobachtungsgruppen befindet. Aufgrund der Systematik der Randpunkthöhen ist die

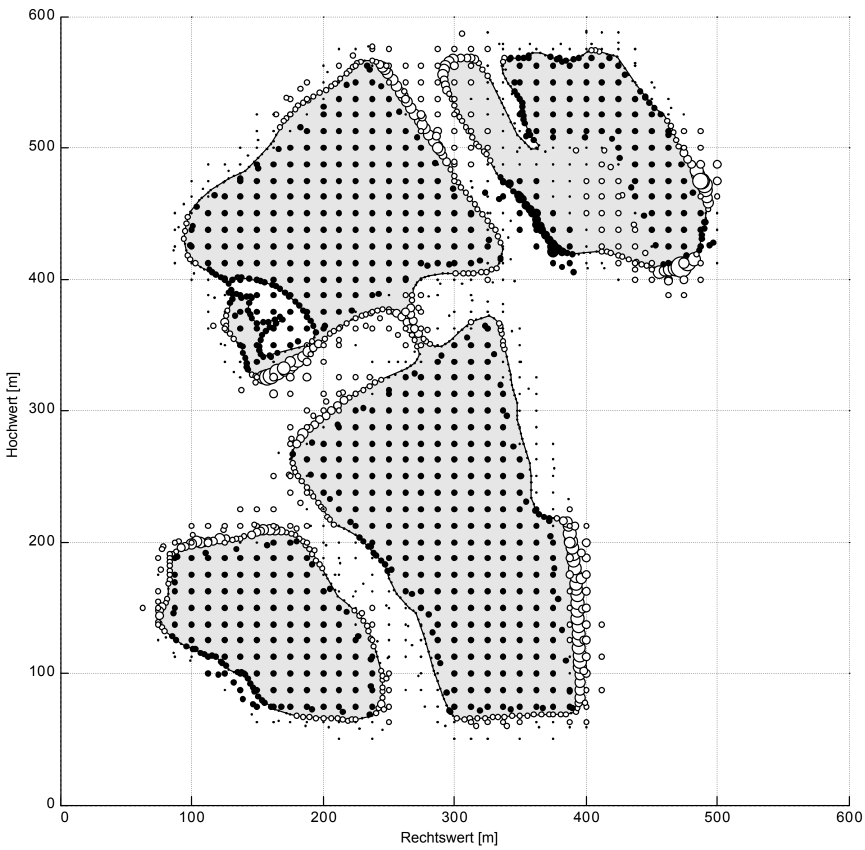


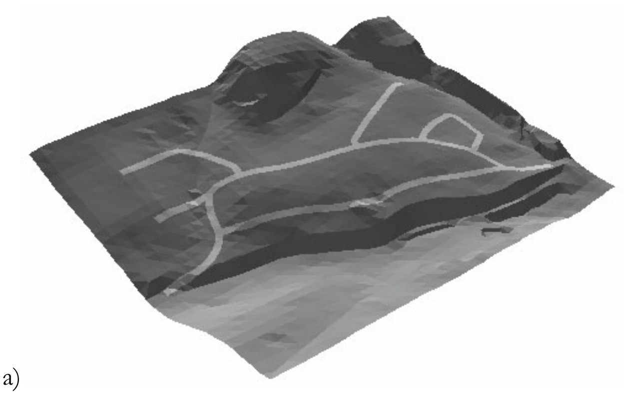
Abb. 51: Verbesserungen der Punkthöhen des Projektes *Ruthe*

empirische Standardabweichung der Beobachtungsgruppen A.02 größer als der eingeführte Wert von 0.5 m.

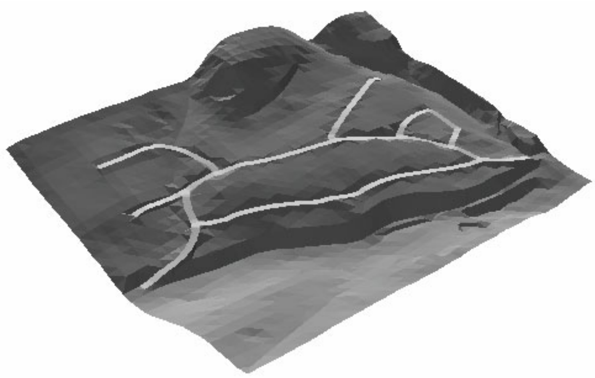
Das obere rechte Objekt enthält extreme Variationen in den Verbesserungen der Innenpunkte. Große Bereiche besitzen positive Verbesserungen, andere hingegen sind durch negative Verbesserungen der Punkthöhen charakterisiert. Hier passen die Strukturelemente nicht zu den Objektbegrenzungen des DLM. Die Daten scheinen grob fehlerhaft zu sein, was sich in den Verbesserungen niederschlägt. Dennoch entspricht das Ergebnis einer semantisch korrekten Darstellung, da die Objekte durch Horizontalebenen repräsentiert werden und sich die direkten Nachbarpunkte über dem jeweiligen Objektniveau befinden. Die Verbesserungen der Nachbarpunkte sind geringer als die der Randpunkte, da das Gewicht der Höhendifferenzen kleiner ist als das der Randpunkte und zudem die Höhendifferenzen abstandsgewichtet werden.

In dem Projekt *Klein Berkel* sind Steiner-Punkte auf der Mittelachse der Straßen eingefügt worden, wenn der Abstand zweier Objektpunkte die halbe mittlere Punktdichte des DGM übertrifft. Die originären Punkte und die Steiner-Punkte legen somit die Ausdehnung der Teilebenen in Fahrtrichtung fest. Quer zur Fahrtrichtung wird das Attribut Fahrbahnbreite zur Pufferung verwendet. Die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen sind mit 0.10 bzw. 0.05 eingeführt worden. Diese Werte liegen über der mittleren Neigung bzw. Neigungsdifferenz. Die tatsächlichen Werte sind nicht bekannt. Die verwendeten Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen sind in Tab. 12 aufgeführt. Die Höhen werden mit einer Standardabweichung von 0.5 m, die Bedingungsgleichungen mit einem Wert von 0.1 m eingeführt. Bei den Untersuchungen mit synthetischen Daten führte ein Wert von 0.1 m für die Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen zu empirischen Standardabweichungen von 0.02 m, zu maximalen Verbesserungen von 0.04 m und gleichzeitig zu geringst möglichen Veränderungen des ursprünglichen DGM.

Vor Durchführung der Optimierung sind 9 der 610 Ungleichungen bzgl. der maximal zulässigen Neigung von 0.10 und 9 Ungleichungen bzgl. der maximal zulässigen Neigungsdifferenz von 0.05 nicht erfüllt. Die Optimierung bewirkt, dass alle Ungleichungen erfüllt sind und die Verbesserungen der Bedingungsgleichungen maximal 0.10 m betragen (vgl. Tab. 12, C.03 und C.04). Die empirischen Standardabweichungen beider BG betragen nur wenige Zentimeter. Die Ergebnisse mit synthetischen Daten konnten hier nicht vollständig bestätigt werden.



a)



b)

Abb. 52: Ergebnis der Integration von ATKIS DGM5 und Objekten des ATKIS Basis-DLM, Projekt *Klein Berkel*, a) Ergebnis einer rein geometrische Integration, b) Ergebnis der semantischen Integration

Die ermittelten Standardabweichungen entsprechen etwa denen der Untersuchungen mit synthetischen Daten, die maximalen Verbesserungen der Bedingungsgleichungen hingegen übertreffen die Werte, die sich bei den Untersuchungen mit synthetischen Daten ergeben haben. Dennoch kann bei einer Höhengenauigkeit des DGM von 0.5 m und zum Zweck der Visualisierung des Ergebnisses von einem semantisch korrekten Ergebnis gesprochen werden.

Das Ergebnis der semantischen Integration ist in Abb. 52b dargestellt. Verglichen mit der rein geometrischen Integration (Abb. 52a) besitzen die Straßen horizontale Querprofile und einen glatten Verlauf durch das Gelände. Die größten Veränderungen finden in den Bereichen der Horizontalebenen, d.h. in Kreuzungs- und Einmündungsbereichen, statt. Hier weicht die Modellierung aufgrund der vereinfachten Annahme einer Horizontalebene extrem von den originären Höheninformationen des DGM ab. Die Standardabweichungen der zu den Horizontalebenen gehörenden Beobachtungsgruppen liegen über den eingeführten Werten. Bei den Höhen der Schrägebenen befinden sich die empirischen Standardabweichungen unterhalb der eingeführten 0.5 m. Der Wert der Mittelpunkte beträgt beispielsweise 0.32 m (vgl. Tab. 12, C.08). Die Nachbarpunkte werden nur geringfügig verändert, deren Verbesserungen betragen maximal 0.72 m.

Tab. 12: Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, aus den Verbesserungen abgeleitete statistische Parametre, Projekt *Klein Berkel*

BG	Stdw.	Verbesserungen Anzahl	Mittel	Stdw.	Min	Max
C.03	0.10	456	0.00	0.03	-0.08	0.06
C.04	0.10	1910	0.00	0.01	-0.10	0.08
C.05	0.50	21	-0.05	0.62	-0.93	1.20
C.06	0.50	62	-0.03	0.66	-1.18	1.25
C.07	0.50	9	-0.07	0.62	-0.78	0.93
C.08	0.50	297	0.00	0.32	-1.26	1.33
C.09	0.50	594	0.00	0.47	-1.39	1.27
C.10	0.50	80	0.00	0.32	-0.87	1.22
N.01	0.50	414	0.00	0.26	-0.72	0.71
N.02	0.71	781	0.00	0.16	-0.69	0.74
N.03	0.71	2588	0.00	0.27	-0.98	1.40

Das Projekt *Kirchohsen* umfasst neben Straßen und Seen auch einen Teil eines Flusses. Bei allen Objekten sind Steiner-Punkte nach dem bereits erläuterten Kriterium eingeführt worden. Dieses führt bei den Straßen zu 155 und bei dem Fluss zu 110 Teilebenen. Die Höhenwerte der Innen- und Nachbarpunkte werden mit einer Standardabweichung von 0.5 m in die Optimierung eingeführt. Zudem werden erneut die Höhendifferenzen zwischen den Randpunkten und den Nachbarpunkten weniger stark gewichtet. Die Bedingungsgleichungen erhalten eine Standardabweichung von 0.1 m.

Das Ergebnis ist semantisch korrekt. Die Bedingungsungleichungen sind erfüllt und die maximalen Verbesserungen der Bedingungsgleichungen betragen weniger als 0.1 m. Große Verbesserungen der Punkthöhen treten in den Randbereichen der Gewässer auf. In Abb. 53a ist ein Ausschnitt des Ergebnisses einer rein geometrischen Integration der Szene dargestellt. Es fällt auf, dass der Randbereich des in der Abbildung unten verlaufenden Flusses scheinbar ansteigt. Abb. 53b stellt das semantisch korrekte Ergebnis dar. Die Höhen der Randpunkte werden reduziert und die Höhen der Punkte innerhalb des Flusses erhalten leicht positive Verbesserungen, da wiederum beide Beobachtungsgruppen gleich gewichtet

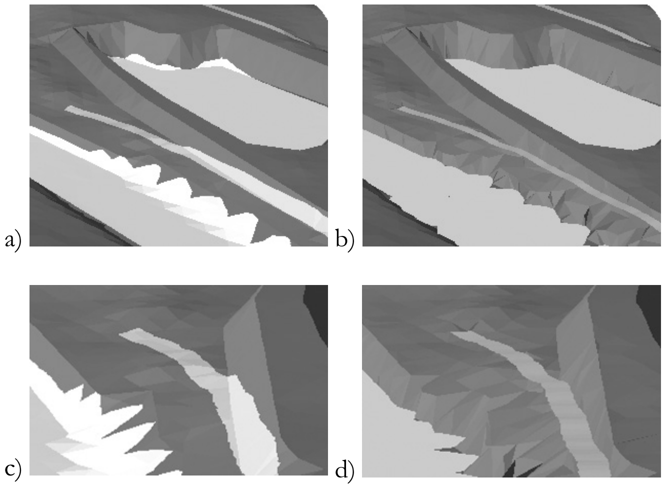


Abb. 53: Ergebnis der Integration von ATKIS DGM5 und Objekten des ATKIS Basis-DLM, Gesamtszene, a) und c) rein geometrische Integration, b) und d) korrespondierende Ausschnitte nach der semantischen Integration

wurden. Der in den Abbildungen oben dargestellte See besitzt nur vereinzelt negative Verbesserungen, dieses sind die Bereiche, die in Abb. 53a über den Höhen der Innenpunkte liegen. Die in Abb. 53c rechts dargestellte Straße ist grob fehlerhaft. Die Straße liegt an einer Böschung, sodass durch die Optimierung ein mittleres Niveau errechnet wird. Dennoch ergeben sich nach der Optimerung horizontale Querprofile und Straße, die durch Ebenen approximiert werden (s. Abb. 53d).

6.2.2 Veränderung von Lage und Höhe

Die Untersuchungen des vorigen Abschnitts gehen davon aus, dass die Positionen der Objektrandpunkte hoch genau sind und somit nicht verändert werden dürfen. In diesem Abschnitt werden zusätzlich die Lagekoordinaten der Objektrandpunkte geschätzt bzw. es werden Objektteile mit Hilfe zu bestimmender Transformationsparameter einer ebenen Ähnlichkeitstransformation transformiert.

Da die Punkte der DLM-Objekte eine Lagegenauigkeit von 3 m besitzen, wird die Quadratwurzel als Standardabweichung für die beobachteten Lagekoordinaten der Randpunkte in das Projekt *Ruthe* eingeführt (vgl. Tab. 13). Die direkt beobachteten Objekthöhen und die Nachbarpunkte erhalten eine Standardabweichung von 0.5 m (BG D.03 und D.05). Die Höhendifferenzen werden weniger stark gewichtet.

Die in Tab. 13 aufgeführten Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen führen zu Veränderungen der Positionen der Randpunkte. Die Punkte verschieben sich

Tab. 13: Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, aus den Verbesserungen abgeleitete statistische Parameter, Projekt *Ruthe* (alle Angaben in Meter), zweite Variante des Verfahrens

BG	Stdw.	Verbesserungen				
		Anzahl	Mittel	Stdw.	Min	Max
D.02	2.12	690	-0.12	0.56	-2.61	1.44
	2.12	690	-0.04	0.51	-1.78	3.30
D.03	0.50	690	-0.41	0.60	-1.74	0.86
D.04	0.50	787	0.14	0.31	-1.71	0.66
N.01	0.50	477	-0.13	0.25	-0.57	0.99
N.02	0.71	1462	-0.01	0.14	-0.82	0.79
N.03	0.71	2759	-0.30	0.44	-1.43	0.73

in Richtung Objektmitte. Die Höhen der Innen- und Randpunkte werden gleich gewichtet, sodass von dem jeweiligen Mittelwert dieser Höhen ein Zwang auf das entsprechende Objekt ausgeübt wird. Der Mittelwert befindet sich zumeist unterhalb der Randpunkthöhen, sodass die Randpunkte in Richtung des Gradienten – zumeist in Richtung Objektmitte – verschoben werden. Die maximalen Verschiebungen betragen -2.61 m in x- und 3.30 m in y-Richtung. In Tab. 13 enthalten die unter D.02 aufgeführten Zeilen die auf die x- und y-Achse bezogenen Werte.

Die empirischen Standardabweichungen der Randpunkthöhen entsprechen etwa denen des vorigen Abschnitts 6.2.1, doch weichen die Mittelwerte voneinander ab. Hier werden die Randpunkte stärker durch die Verschiebung in Richtung Objektmitte reduziert, sodass der Mittelwert der Randpunkte vom Betrag größer, der der Innenpunkte kleiner wird verglichen mit den Ergebnissen des vorigen Abschnitts. Die ermittelten Formen der Objekte nähern sich den Strukturelementen an, die die Uferlinien innerhalb des DGM repräsentieren. Ausschließlich das obere rechte Objekt weicht davon ab, da die Strukturelemente das Gewässer durchqueren und die Daten grob fehlerhaft sind, was bereits im vorigen Abschnitt festgestellt wurde (vgl. Abschnitt 6.2.1).

Die Veränderungen der Nachbarpunkte sind gering, weil die Randpunkthöhen nur wenig korrigiert werden, und somit nur geringe Beträge auf die Nachbarpunkte übertragen werden. Die Winkelbedingungen zwischen benachbarten Punkten eines Objektes werden eingehalten, die topologischen Relationen zwischen den Punkten benachbarter Objekte bleiben erhalten. Auch durch die großen Verschiebungen der Nachbarpunkte kommt es

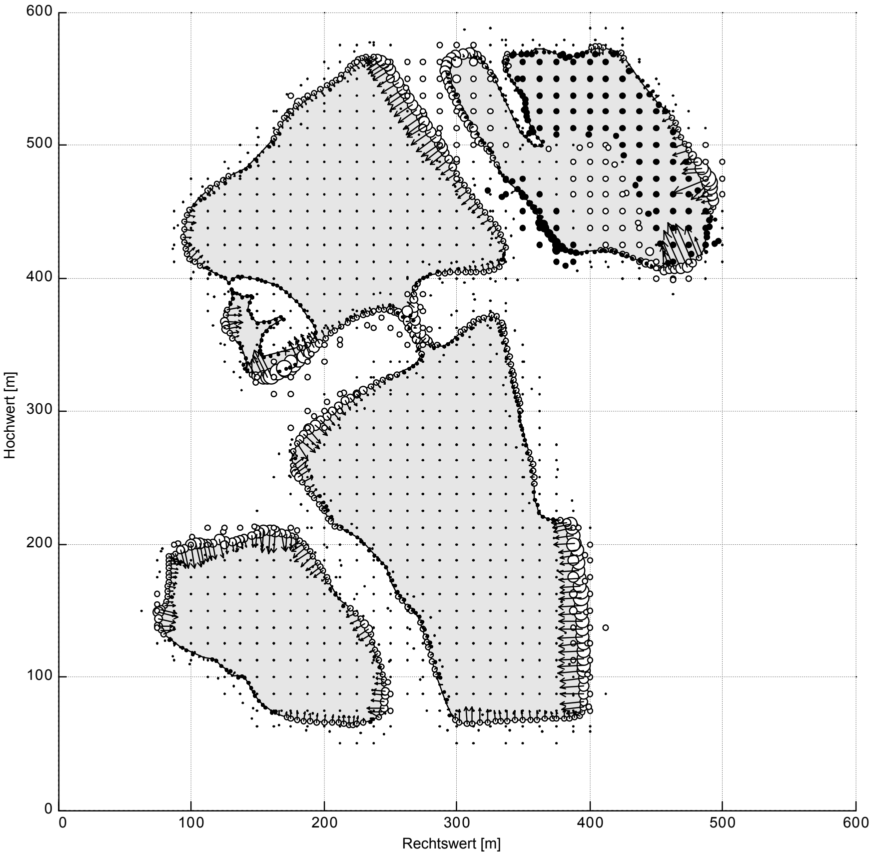


Abb. 54: Verbesserungen der Punkthöhen und Lagekoordinaten, weiß gekennzeichnete Kreise stellen negative, schwarze Kreise stellen positive Verbesserungen dar, die Vektoren kennzeichnen Verbesserungen in x,y-Richtung, zweite Variante des Verfahrens

demnach zu keinen Überlappungen von Objektgeometrien des gleichen Objektes oder unterschiedlichen Objekten.

Tab. 14 enthält die verwendeten Standardabweichungen der Beobachtungsgleichungen sowie die aus den Verbesserungen ermittelten statistischen Parameter des Projektes *Klein Berkel*. Die Ungleichungen sind erfüllt, d.h. die Neigungen und Neigungsdifferenzen betragen maximal 0.10 und 0.05. Auch die topologischen Relationen zwischen benachbarten Objekten werden eingehalten. So kommt es zu keiner Überlappung benachbarter Objektteile. Durch die Transformation der Objektteile bleiben zudem die Straßen in ihrer Form erhalten, eine maßstäbliche Veränderung der Objektteile wird verhindert, weil die beobachteten Maßstäbe mit einer Standardabweichung von 0.0001 m eingeführt wurden und deren Verbesserungen nahezu verschwinden. Die Verbesserungen der Bedingungsgleichungen betragen wie im vorigen Abschnitt 6.2.1 maximal 0.10 m, die Standardabweichungen der BG F.03 und F.04 betragen wenige Zentimeter, was als semantisch korrekt interpretiert werden kann.

Durch die Transformation werden die Objektteile um maximal 0.32 m in x- und 0.37 m in y-Richtung verschoben. Die Verschiebungen der Straßen werden dadurch herbeigeführt, dass die Standardabweichung der Lagekoordinaten schlechter ist als die der Höhen. Zudem besitzt das Gelände signifikante Höhenunterschiede. Die größten Verschiebungen treten an den Enden zweier Straßen auf, da dort aufgrund größerer Geländehöhenunterschiede die größten Inkonsistenzen auftreten.

Auch in dem Projekt *Kirchohsen* sind die direkt beobachteten Lagekoordinaten mit einer Standardabweichung von 2.12 m und die Höhen mit einem Wert von 0.5 m eingeführt worden. Die Höhendifferenzen erhalten ein geringfügig schlechteres Gewicht von 0.71 m. Die Bedingungsgleichungen werden wiederum mit einem Wert von 0.1 m eingeführt.

Tab. 14: Standardabweichungen der Beobachtungsgruppen, aus den Verbesserungen abgeleitete statistische Parameter, Projekt *Klein Berkel*, zweite Variante des Verfahrens

BG	Stdw.	Verbesserungen				
		Anzahl	Mittel	Stdw.	Min	Max
F.03	0.10	456	0.00	0.03	-0.09	0.06
F.04	0.10	1913	0.00	0.01	-0.10	0.09
F.05	2.12	21	0.05	0.08	-0.06	0.15
	2.12	21	0.01	0.22	-0.31	0.34
F.06	2.12	42	0.05	0.09	-0.06	0.21
	2.12	42	0.01	0.22	-0.32	0.36
F.07	0.50	21	-0.04	0.62	-0.95	1.18
F.08	0.50	42	-0.04	0.67	-1.21	1.26
F.09	0.50	2	-0.10	0.14	-0.11	-0.10
F.10	2.12	297	0.02	0.08	-0.13	0.20
	2.12	297	0.00	0.16	-0.35	0.35
F.11	2.12	594	0.00	0.47	-1.39	1.26
	2.12	594	0.02	0.08	-0.14	0.21
F.12	0.50	297	0.00	0.29	-1.27	1.32
F.13	0.50	594	0.00	0.44	-1.39	1.26
F.14	0.50	83	-0.01	0.32	-1.34	1.20
N.01	0.50	411	0.01	0.26	-0.69	0.70
N.02	0.71	766	0.00	0.15	-0.67	0.74
N.03	0.71	2508	0.00	0.27	-1.05	1.39

Das Ergebnis ist semantisch korrekt, da alle Ungleichungen erfüllt sind und die Bedinungsgleichungen Verbesserungen besitzen, die 0.1 m nicht überschreiten. Im Vergleich zu dem Ergebnis des vorigen Abschnitts sind die Verbesserungen der Randpunkthöhen der Gewässer wesentlich geringer. Es werden die Randpunkte in ihrer Lage verändert, sodass Inkonsistenzen von den Höhen und den Lagekoordinaten der Randpunkte aufgefangen werden. Zumeist befinden sich die interpolierten Punkthöhen über den Punkthöhen der Innenpunkte, sodass die Randpunkte in Richtung Objektinneres verschoben werden. Abb. 55 stellt die Verbesserungen der Punkthöhen sowie der Lagekoordinaten eines Ausschnitts der Szene dar. Es ist zu erkennen, dass beispielsweise in den Bereichen des Sees, in denen im vorigen Abschnitt stark negative Verbesserungen der Höhenwerte auftraten, nun Lageverschiebungen stattfinden. Hier wird von dem Mittelwert der Höhen der Innen- und Randpunkte ein Zwang ausgeübt. Dieses bewirkt, dass die sich über dem mittleren Niveau befindenden Randpunkte in Richtung

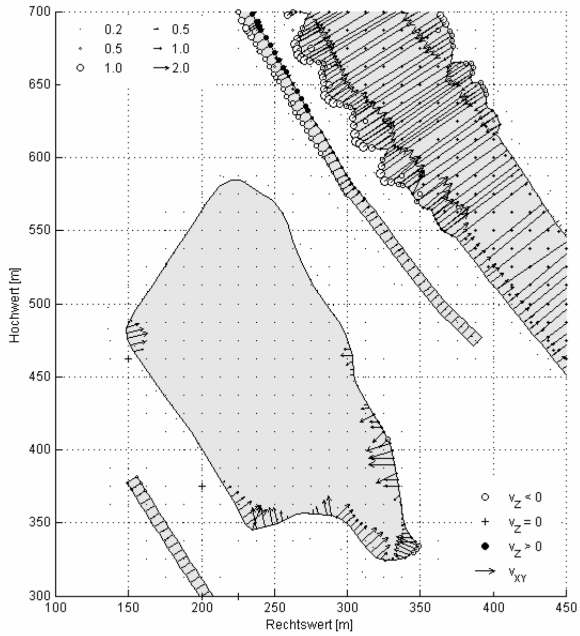


Abb. 55: Verbesserungen der Punkthöhen eines Ausschnitts des Projektes *Kirchohsen*, zweite Variante des Verfahrens

des Gradienten verschoben werden. Das gleiche tritt bei dem Fluss auf. Hier befindet sich ebenfalls eine Großzahl der Randpunkte über dem Niveau der Innenpunkte. Bei den Straßen finden generell wenig Veränderungen statt. Eine Ausnahme bildet die Straße zwischen den Gewässern. Diese Straße wird von einer Geländekante durchquert, was somit einer korrekten Darstellung widerspricht (vgl. Abb. 53 c). Die Straße wird in ihrer Lage verändert, sie verschiebt sich in Richtung des Flusses, sodass die Bedingungsgleichungen erfüllt werden.

6.3 Zusammenfassung

Die eingeführten Standardabweichungen der Basisbeobachtungen entsprechen der Höhengenauigkeit des Digitalen Geländemodells oder ergeben sich daraus durch Fehlerfortpflanzung.

Die Bedingungsungleichungen werden immer erfüllt, d.h. topologische Relationen und Höhenrelationen werden eingehalten, maximal zulässige Neigungen und Neigungsdifferenzen werden nicht überschritten. Die Bedingungsgleichungen werden mit einer Standardabweichung von 0.1 m eingeführt, was den Erkenntnissen der Untersuchungen mit synthetischen Daten entnommen ist. Die Ergebnisse erfüllen nicht immer die Erwartungen. Zwar betragen die empirischen Standardabweichungen der Bedingungsgleichungen wenige Zentimeter, doch übertreffen die Maximalwerte der Verbesserungen die Werte, die mit synthetischen Daten erzielt wurden, was ggf. durch grob fehlerhfafte Werte verursacht wird.

Die interpolierten Randpunkthöhen von Gewässern verursachen systematische Fehler. Die Höhen befinden sich zumeist oberhalb der Innenpunkthöhen, weil zur Interpolation die Höhen der Nachbarpunkte verwendet werden, und diese i.d.R. Höhenwerte aufweisen, die sich oberhalb der Innenpunkte befinden. Hierdurch kommt es zu negativen Verbesserungen der Randpunkte und zu positiven Verbesserungen der Innenpunkte. Bei der zweiten Variante führt ein höheres Gewicht der Randpunkte im Verhältnis zu den Lagekoordinaten zum Verschieben der Positionen der Randpunkte in Richtung Objektinneres. Die Verbesserungen der Randpunkthöhen werden verringert, sodass auch die Nachbarpunkte geringere Verbesserungen besitzen als bei der ersten Variante des Verfahrens. Bei Straßen treten große Verbesserungen in den Kreuzungs- und Einmündungsbereichen auf. Hier weicht die Modellierung von der durch das DGM repräsentierten Realität ab.

Grob fehlerhafte Daten werden in dem Verfahren nicht berücksichtigt. Bei einem der Seen passen die Strukturinformationen nicht zu dem Umringspolygon des DLM-Objektes, dennoch führt das Verfahren zu einem semantisch korrekten Ergebnis. Die zweite Variante des Verfahrens führt bei Seen im Vergleich zur ersten zu kleineren Standardabweichungen der Verbesserungen der Innenpunkte. Das Umringspolygon wird Richtung Objektinneres verschoben, sodass dadurch der Einfluss weit oberhalb der Innenpunkte liegende Höhenwerte gemindert wird. Der durch die interpolierten Randpunkte verursachte systematische Fehler wird von den Höhen und Lagekoordinaten aufgefangen.

Die Unterschiede zwischen beiden Varianten sind bei den Straßen geringer als bei den Seen. Die Objekte werden verschoben, doch hat dieses nur wenig Einfluss auf die Höhenkorrekturen der Daten. Die Absolutglieder der Bedingungsungleichungen waren hier nicht bekannt, sodass ggf. nicht der Realität entsprechende Werte verwendet wurden.

Bei der Gesamtszene können durch die zweite Variante die Feinstrukturen des Geländes erhalten bleiben. Die Positionen der Randpunkte des Flusses werden in Richtung des Objektinneren verschoben, sodass das Nachbargelände nur wenig verändert wird.

7 Bewertung des Ansatzes

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens zur semantischen Integration zweidimensionaler Objekte eines Geographischen Informationssystems und Digitaler Geländemodelle. Der entwickelte Ansatz sollte im Vergleich zu anderen Ansätzen mit einer ähnlichen Zielsetzung gute bzw. bessere Ergebnisse erreichen. In Kapitel 3 werden Anforderungen an eine semantische Integration gestellt. Die Anforderungen bilden die Grundlage zur Diskussion der Stärken und Schwächen der dort vorgestellten Ansätze. Diese Anforderungen sollten durch den in dieser Arbeit entwickelten Ansatz erfüllt werden.

Das Ziel eines jeden Ansatzes sollte es sein, auf andere Szeneninhalte und Datensätze übertragbar zu sein. Die durchgeführten Untersuchungen basieren auf synthetischen und realen Datensätzen. Die Untersuchungen mit synthetischen Daten dienen vor allem der Gewinnung von Erkenntnissen bzgl. der Parameterwahl, d.h. der Wahl der Standardabweichungen der Beobachtungen, der Absolutglieder der Bedingungsungleichungen sowie der Parameter, die die Nachbarschaft betreffen (vgl. Kapitel 5). Die gewonnenen Erkenntnisse werden bei der Bearbeitung realer Datensätze berücksichtigt (vgl. Kapitel 6), wobei zufriedenstellende Ergebnisse erzielt wurden. Die Erfahrungen hinsichtlich der Parameterwahl sollten auch auf andere Daten übertragen werden können, wobei die an die Daten gestellten Mindestanforderungen verifiziert werden müssen.

Der Ansatz sollte praktischen Anforderungen genügen. Die semantische Integration zweidimensionaler Objekte und DGM ist bereits heute in unterschiedlichen Anwendungsbereichen von Bedeutung. Vor allem landesweite Geodatenbestände können mit Hilfe des Ansatzes aufgewertet werden. Hierbei sind praxisrelevante Anforderungen zu definieren, und es ist zu bewerten, ob diese Anforderungen durch den Ansatz befriedigt werden können.

Im nachfolgenden Abschnitt 7.1 wird der in dieser Arbeit entwickelte Ansatz mit anderen Ansätzen verglichen und es wird erläutert, ob der Ansatz die in Kapitel 3 aufgeführten Anforderungen erfüllt. In Abschnitt 7.2 wird die Übertragbarkeit auf andere Szeneninhalte und Datensätze diskutiert. Eine Zusammestellung praxisrelevanter Gesichtspunkte findet in Abschnitt 7.3 statt. Abschließend werden die Schwächen des Ansatzes erläutert (Abschnitt 7.4).

7.1 Vergleich mit anderen Ansätzen

Im Vergleich zu anderen Ansätzen mit einer ähnlichen Zielsetzung ist die Qualität der erreichten Ergebnisse gut. Die Anforderungen, die an eine semantische Integration zweidimensionaler Objekte und DGM gestellt werden und die in Abschnitt 3.4.2 aufgeführt sind, werden erfüllt.

Das Verfahren grenzt sich von anderen Ansätzen ab, da die Integration nicht nur auf rein geometrischer Ebene stattfindet, sondern zusätzlich die Semantik der Objekte berücksichtigt wird. Zwar existieren Ansätze, die bestimmte Objekteigenschaften durch einfache Höhenzuweisung herstellen (vgl. ABDELGUERFI et al., 1997; POLIS et al., 1995) oder bestimmte Bedingungen berücksichtigen (ROUSSEAUX & BONIN, 2003), doch wird hier eine Optimierung des gesamten Szeneninhaltes vorgenommen. Hierzu zählen die Objektgeometrien und die Höhen originärer DGM-Punkte innerhalb und außerhalb der Objekte. Während bei anderen Verfahren ausschließlich die Höhenwerte der Daten verändert werden, um ein semantisch korrektes Ergebnis zu erzielen, werden bei der zweiten Variante des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens auch die Lagekoordinaten der Objektrandpunkte verändert. Die Punktkoordinaten werden als direkte Beobachtungen berücksichtigt, deren Standardabweichungen der Erfassungsgenauigkeit entspricht. Die Qualität der Eingangsdaten wird somit berücksichtigt, die entsprechenden Werte werden in das stochastische Modell des Optimierungsverfahrens integriert.

In dem in dieser Arbeit entwickelten Ansatz wird die Semantik der Objekte mit Hilfe mathematischer Gleichungen und Ungleichungen formuliert. Die Ungleichungen sind Nebenbedingungen einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen und werden somit immer erfüllt. Die Bedingungsgleichungen sind Beobachtungsgleichungen des Ausgleichungsverfahrens. Durch entsprechend hohe Gewichtung dieser Gleichungen wird ein semantisch korrektes Ergebnis erzielt, die Objekte werden ihrer Semantik entsprechend dargestellt. Der Ansatz berücksichtigt die Nachbarschaft der Objekte und gewährleistet somit Nachbarschaftstreue. Abrupte Übergänge, die durch die Veränderungen der Koordinaten der Objektpunkte hervorgerufen werden, werden somit vermieden. Weil bei der zweiten Variante des Verfahrens auch die Lagekoordinaten der Objektrandpunkte Parameter des Ausgleichungsverfahrens sind und es somit zu Veränderungen der Positionen der Randpunkte kommen kann, werden topologische Relationen zwischen Randpunkten eines Objektes und zwischen Randpunkten benachbarter Objekte berücksichtigt. Die topologischen Relationen werden mit Hilfe von Ungleichungen realisiert, sodass topologische Fehler vermieden werden, was bei klassischen zweidimensionalen Integrationsansätzen nicht garantiert werden kann, da in den bekannten Ansätzen auf Ungleichungen verzichtet wird (SCHOLZ, 1992; HETTWER, 2003; KAMPSHOFF & BENNING, 2005).

Nach Durchführung der Optimierung, die zu einer semantisch korrekten Objektrepräsentation führt, werden die Datensätze rein geometrisch integriert. Das Verfahren basiert auf einer Triangulation, wobei nach der Art der zu integrierenden Objektkanten unterschieden wird. Punkte einer Objektkante, die innerhalb des Optimierungsverfahrens berücksichtigt werden, besitzen bereits Höhenwerte. Diese Kanten werden als Zwangskanten in das DGM-Dreiecksnetz eingeführt, innerhalb der Objekte wird ggf. lokal re-trianguliert. Somit wird die semantisch korrekte Darstellung des Objektes durch die geometrische Integration nicht wieder zerstört. Die Objektkanten werden auch von anderen Autoren als Zwangskanten des integrierten Dreiecksnetzes eingeführt (SIMONSE et al., 2000). Objektkanten mit Punkten, von denen mindestens einer nicht in der Optimierung berücksichtigt wird, werden mit einem zu dem Ansatz von LENK (2001) vergleichbaren Verfahren integriert, weil die Objektkanten keine Höhen enthalten und somit das ursprüngliche durch das DGM repräsentierte Gelände erhalten bleiben muss. Zwar werden bei den Untersuchungen ausschließlich Objekte berücksichtigt, die für die Optimierung relevant sind, doch wird die geometrische Integration anderer nicht berücksichtigter Objekte detailliert beschrieben (vgl. Abschnitt 4.6). Verglichen mit dem Verfahren von LENK (2001) handelt es sich dabei um ein direktes Integrationsverfahren, das zu einem eindeutigen und redundanzfreien Ergebnis führt.

7.2 Übertragbarkeit auf andere Szeneninhalte und Datensätze

Allgemein basiert der in dieser Arbeit entwickelte Ansatz auf zweidimensionale flächenhafte Seen und Flüsse sowie linienhafte Straßen. Die flächenhaften Objekte werden durch Punkte mit x,y-Koordinaten begrenzt. Straßen bestehen aus Punkten, wobei benachbarte Straßen mindestens einen, maximal zwei gemeinsame Punkte besitzen. Die Punkte des Digitalen Geländemodells dürfen gitterförmig angeordnet, aber auch unregelmäßig verteilt sein. Morphologisch wichtige Informationen, z.B. Bruchkanten, können im Datensatz enthalten sein.

Andere Szenen können andere Objektarten enthalten. Nicht alle Objektarten sind geeignet, etwas zu einem semantisch korrekten Datensatz beizutragen, da nicht alle Objektarten implizit Höheninformation enthalten (vgl. Abschnitt 4.1.2). Das heißt, geometrische Bedingungen, die die Semantik der Objekte repräsentieren, können nur für diejenigen Objektarten aufgestellt werden, die diese Informationen besitzen. In dem Verfahren werden die geometrischen Bedingungen durch einfache Gleichungen und Ungleichungen formuliert. Dieses ist auch bei anderen in dieser Arbeit nicht berücksichtigten Objektarten möglich. Zum Beispiel können Sportplätze durch horizontale Ebenen repräsentiert werden, deren Bedingungsgleichungen denen der stehenden Gewässer entsprechen. Des weiteren ähnelt die Beschreibung von Wegen der von Straßen. Es ist somit möglich, die in dieser Arbeit formulierten mathematischen Bedingungen auf andere Objektarten zu übertragen. Hiervon ausgenommen sind Objektarten wie Brücken, Unter- und Überführungen und Hochstraßen. Diese besitzen eine bestimmte Höhenrelation zu anderen Objekten, was durch die Modellierung in 2.5 Dimensionen nicht berücksichtigt werden kann.

Die erste Variante des Verfahrens, die ausschließlich die Höhenwerte der Daten verändert (vgl. Abschnitt 4.3), ist ohne Zweifel auf jeden Datensatz anwendbar. Es führt immer zu einer Lösung, da das zugrunde liegende Optimierungsproblem ausschließlich Gleichungen und Ungleichungen enthält, die linear von den unbekannten zu schätzenden Parametern abhängen. Näherungswerte müssen nicht eingeführt werden, eine Linearisierung entfällt (vgl. Abschnitt 4.8). Die zweite Variante, welche auch die Lage und Form der Objekte berücksichtigt (vgl. Abschnitt 4.4), führt nicht immer zu einem Ergebnis. Das zugrunde liegende Optimierungsproblem enthält Gleichungen und Ungleichungen, die teilweise nichtlinear von den zu schätzenden Parametern abhängen, sodass eine Linearisierung erfolgen muss. Die Optimierung wird durch das klassische Gauß-Newton-Verfahren gelöst. Hier zeigen die Ergebnisse, dass zwischen den einzelnen Iterationen starke Änderungen der zu schätzenden Lagekoordinaten der Randpunkte von Gewässern zu starken Zielfunktionsvariationen führen können.

Diese führen zu Zyklen im Parametervektor und somit ggf. zur Nichtkonvergenz des Verfahrens. Die Lösbarkeit hängt zum Einen von den Daten ab, zum Anderen spielen die Gewichte der Lagekoordinaten im Verhältnis zu denen der anderen Beobachtungen eine entscheidende Rolle. Das Problem der Nichtkonvergenz tritt bei den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen mit realen Daten nicht auf, das Verfahren konvergiert bereits nach wenigen Iterationen. Die in den synthetischen Daten künstlich hervorgerufenen zufälligen Fehler entsprechen zumeist nicht der Realität, weil die relative Genauigkeit zwischen benachbarten Punkten höher ist als die Genauigkeit der synthetischen Daten. Demnach werden bei realen Datensätzen im Vergleich zu den synthetischen Daten gleicher Qualität geringere Veränderungen hervorgerufen. Dennoch können die mit Hilfe der synthetischen Daten gewonnenen Erkenntnisse auf andere der Realität entsprechende Datensätze übertragen werden. Grundlegende Voraussetzung ist, dass Informationen über die Qualität der Eingangsdaten vorliegen, d.h. die Erfassungsgenauigkeit der Eingangsdaten ist bei der Wahl der Parameter zu berücksichtigen.

7.3 Praxisrelevante Gesichtspunkte

Das Verfahren ermöglicht eine Aufwertung vorhandener Geobasisdatenbestände. Viele Länder verfügen über Digitale Geländemodelle und zweidimensionale Vektordatensätze. Die Vektordaten strukturieren die Topographie mit Hilfe von Objekten. Zum Beispiel existiert in Deutschland das landesweite Amtliche Topographisch-Kartographische Informationssystem (ATKIS), welches Digitale Geländemodelle (DGM) und Landschaftsmodelle (DLM) enthält. Die Landschaftsmodelle sind rein zweidimensional, sodass die Integration dieser Daten eine Aufwertung bedeutet. Die Datensätze können somit in ein 2.5-dimensionales Digitales Landschaftsmodell überführt werden. Die Berücksichtigung der Semantik ist dabei von entscheidender Bedeutung, weil die Datensätze getrennt voneinander erfasst und geführt werden und somit inkonsistent zueinander sein können. Das Ausgleichungsverfahren ermöglicht dabei, die Erfassungsgenauigkeit zu berücksichtigen, sodass die Veränderungen der Datensätze kontrolliert werden können. Große Veränderungen deuten auf grob fehlerhafte Bereiche hin. Somit kann das Verfahren auch zur Verifikation der Daten angewendet werden. In den Bereichen, wo große Veränderungen stattfinden, und somit die Aktualität der Daten nicht gegeben ist, können dann beispielsweise durch eine Vor-Ort-Begehung die Daten verifiziert bzw. durch eine anschließende Nachmessung aktualisiert werden.

Bei der Berechnung eines 2.5-dimensionalen Digitalen Landschaftsmodells müssen bestimmte Anforderungen an die Daten gestellt werden. Beispielsweise müssen bei Straßen genaue Informationen über deren Breite vorliegen. Die häufig vorhandenen attributiven Informationen geben nur wenig Aufschluss über die tatsächliche Breite einer Fahrbahn bzw. einer Straße. Häufig grenzen Fahrradwege, Grünstreifen und Straßengräben an, sodass der attributive Wert größer ist als die eigentliche Straßenbreite. Die Verwendung dieses Wertes bei der Pufferung der Straße führt zu einer falschen Straßenlage und somit zu falschen Ergebnissen.

Das Optimierungsverfahren führt zu sehr großen Gleichungssystemen. Zwar sind die Gleichungssysteme nur dünn besetzt, sodass Sparse-Matrix-Techniken eingesetzt werden und somit der Speicherbedarf eingeschränkt wird, doch führt vor allem die zweite Variante des Verfahrens aufgrund der iterativen Vorgehensweise zu größeren Rechenzeiten. Um beispielsweise landesweite Datensätze zu bearbeiten, ist eine Unterteilung des Gebietes erforderlich. Hierbei sind die Ränder zwischen den Teilgebieten gesondert zu bearbeiten, weil die Bearbeitung angrenzender Gebiete zu Diskrepanzen an den Rändern führen kann. Die Ränder sind gegenseitig anzupassen.

7.4 Schwächen des Ansatzes

Die Stärken des Ansatzes sind bereits in den vorigen Abschnitten ausgearbeitet worden. Vor allem der Vergleich mit anderen Ansätzen verdeutlicht dieses. Dennoch besitzt dieser Ansatz einige Defizite, die kritisch beurteilt werden müssen.

Die zweidimensionalen Objekte werden einem bestimmten Maßstabsbereich entsprechend in 2.5 Dimensionen modelliert. Die Modellierung führt zu einer vereinfachten Repräsentation der Objekte. Straßen und Flüsse werden durch Teilebenen approximiert. Der Schnitt zweier benachbarter Teilebenen führt zu einer Schnittgeraden, die bei Straßen ein Querprofil darstellt. In Abhängigkeit von der Richtungsänderung in der x,y-Ebene sowie von der Differenz der Neigungen der benachbarten Ebenen in Fahrtrichtung variieren die Positionen der Randpunkte dieses Querprofils (vgl. Abschnitt 4.1.3). Die unterschiedlichen Positionen werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, die Objekte werden in der x,y-Ebene gepuffert und die Positionen der Randpunkte werden als konstant eingeführt. Kreuzungs- und Einmündungsbereiche von Straßen werden zudem durch horizontale Ebenen dargestellt. Diese Vereinfachungen erlauben zwar eine semantisch korrekte Repräsentation der Objekte, doch entspricht beispielweise in gebirgigem Gelände diese Modellierung nicht der Realität. Die durch die konstanten Lagekoordinaten der Randpunkte verursachten Fehler können extreme Werte annehmen. Durch eine entsprechend hohe Gewichtung der Bedingungsgleichungen werden zwar kleine Verbesserungen verursacht, doch führt dieses zu großen Veränderungen der ursprünglichen Höhenwerte. Die Modellierung ist somit in gebirgigem Gelände nur bedingt einsetzbar.

In dem Verfahren werden ausschließlich Objektarten betrachtet, die etwas zu einer semantisch korrekten Darstellung des integrierten Datensatzes beitragen können. Objektarten, die zwar bei der geometrischen Integration berücksichtigt werden, aber keinen Beitrag zur semantisch korrekten Beschreibung leisten, werden in der Optimierung nicht betrachtet. Die Geometrien werden nicht im Rahmen der nachbarschaftstreuen Übertragung von Verbesserungen berücksichtigt. Doch dieses ist bei der zweiten Variante des Verfahrens von Bedeutung. Hier werden Lagekoordinaten verändert, die sich ebenfalls auf die Positionen anderer Randpunkte benachbarter Objekte auswirken sollten. Bei der ersten Variante können die Veränderungen prinzipiell aus den Höhenwerten des korrigierten Digitalen Geländemodells abgeleitet werden, weil die Höhen der Objektpunkte hier aus dem DGM interpoliert werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und Digitalen Geländemodellen präsentiert. Die geometrische Integration basiert auf einer Triangulation und ist in der semantischen Integration enthalten. Der Schwerpunkt der Arbeit ist die Berücksichtigung der Semantik. Es werden Bedingungsgleichungen und -ungleichungen formuliert, die Bestandteil eines mathematischen Optimierungsverfahrens sind. Die Optimierung wird durch ein Ausgleichungsverfahren realisiert, welches durch Bedingungsungleichungen ergänzt wird.

In Kapitel 2 werden die für diese Arbeit relevanten Grundlagen vorgestellt. Es folgt ein Überblick über verschiedene Ansätze aus dem Bereich der geometrischen und semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und DGM (Kapitel 3). Es werden Anforderungen erarbeitet, die an ein Verfahren zur semantischen Integration gestellt werden. Die vorgestellten Arbeiten werden diesbezüglich bewertet, sodass daraus Schlussfolgerungen für das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren gezogen werden. In Kapitel 4 wird ein neues Verfahren zur semantischen Integration von zweidimensionalen Objekten und DGM präsentiert. Es wird die Objektrepräsentation und –modellierung erläutert und die in die Optimierung eingehenden Gleichungen und Ungleichungen hergeleitet. Hierbei werden zwei Varianten des Verfahrens unterschieden. In der ersten Variante werden ausschließlich die Höhenwerte der Daten verändert, um ein semantisch korrektes Integrationsergebnis zu erzielen. Die zweite Variante berücksichtigt zusätzlich Unsicherheiten der Objektpunkte, woraus Veränderungen der Position und Form der Objekte resultieren. Die zwei folgenden Kapitel 5 und 6 stellen Ergebnisse mit synthetischen und realen Datensätzen vor. Die Verwendung synthetisch erzeugter Daten dient vor allem der Gewinnung von Erkenntnissen zur Parameterwahl, die dann bei der Bearbeitung realer Datensätze eingehen. Anschließend wird der Ansatz mit anderen existierenden Ansätzen verglichen und es wird bewertet, ob der Ansatz auf andere Daten übertragbar ist und ob praxisrelevante Fragestellungen mit Hilfe des Ansatzes gelöst werden können.

Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz besteht aus zwei Teilschritten: Zuerst werden mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens die Daten in der Weise verändert, dass die anschließend durchzuführende geometrische Integration zu einem semantisch korrekten Ergebnis führt. Semantisch korrekt bedeutet, dass bestimmte objektspezifische geometrische Bedingungen einzuhalten sind. Dieses sind zum Beispiel die Horizontalität eines Sees oder die Abnahme des Niveaus eines Flusses in Fließrichtung. Die geometrischen Bedingungen werden durch Beobachtungsgleichungen eines Ausgleichungsverfahrens und durch Bedingungsungleichungen formuliert. Das Ergebnis wird durch die Wahl der entsprechenden Standardabweichungen der Beobachtungen sowie der Absolutglieder der Bedingungsungleichungen beeinflusst. Das Ergebnis ist semantisch korrekt, wenn die Verbesserungen der Beobachtungen, die die Bedingungen repräsentieren, unter einen zu spezifizierenden Wert fallen. Die Bedingungsungleichungen stellen Nebenbedingungen des Extremwertproblems dar, sie sind generell erfüllt. Bei der anschließenden geometrischen Integration wird nach der Art der Objektgeometrien differenziert: Werden die Höhen der zugehörigen Punkte innerhalb der Optimierung bestimmt, werden die entsprechenden Kanten als Zwangskanten in das Dreiecksnetz eingeführt. Kommt es hingegen in der Optimierung zu keiner Berücksichtigung der Geometrien, werden die Schnittpunkte zwischen Objektgeometrie und den Kanten des Dreiecksnetzes als Steiner-Punkte eingefügt, wobei deren Höhen aus dem DGM abgeleitet werden. Die geometrische Integration führt zu einem eindeutigen, redundanzfreien Ergebnis.

Der Ansatz wird exemplarisch mit Hilfe der Objektarten See, Fluss und Straße vorgestellt. Die für diese Objektarten aufgestellten Bedingungsgleichungen und –ungleichungen können auf andere Objektarten übertragen werden. Dennoch existieren Objektarten, die zwar implizit Höheninformation enthalten und somit etwas zu einem semantisch korrekten Ergebnis beisteuern können, doch erlauben die Objektarten bzw. deren Bedeutung keine Modellierung in 2.5 Dimensionen. Hierzu zählen Brücken, Unter- und Überführungen sowie Hochstraßen. Diese Objektarten besitzen Höhenrelationen zu anderen Objektarten, zum Beispiel zu dem darunter oder darüber befindenden Gelände. Nur eine Modellierung in drei Dimensionen ermöglicht es, die Relationen dieser Objekte zueinander zu berücksichtigen. Das Optimierungsverfahren ist generell auf drei Dimensionen erweiterbar. Die Basisbeobachtungen, Bedingungsgleichungen und -ungleichungen können erhalten bleiben, doch muss zusätzlich die Möglichkeit bestehen, mehr als einen Punkt mit identischen Lagekoordinaten in die Optimierung einzuführen. Im Gegensatz dazu ist die geometrische Integration zu modifizieren. Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz basiert auf einer konventionellen Triangulation in der x,y-Ebene. Bei mehreren Punkten mit identischen Lagekoordinaten kann eine derartige Triangulation nicht verwendet werden.

Die Erweiterung des Ansatzes um Objektarten wie Brücken, Unter- und Überführungen setzt deren Modellierung voraus. Dahingehend ist es wünschenswert, zukünftig auch großmaßstäbigere Szenarien berücksichtigen zu können. Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz ist auf einen Maßstabsbereich von 1:5000 bis 1:25.000 ausgerichtet. Die modellierten Objekte stellen eine Vereinfachung der Realität dar. So werden beispielsweise bei Straßen horizontale Querprofile eingeführt, was häufig nicht der Realität entspricht. Auch Kreuzungs- und Einmündungsbereiche von Straßen werden vereinfacht durch Horizontalebenen dargestellt. Eine detailreichere Modellierung wäre wünschenswert, um weitere Anwendungsbereiche abdecken zu können.

Ein Defizit des Ansatzes ist es, die in den Strukturelementen des DGM enthaltene semantische Information nicht zu nutzen. Zwar werden die Strukturelemente durch die bedingte Delaunay-Triangulation berücksichtigt, doch kann es zum Beispiel vorkommen, dass sich nach der Integration Elemente innerhalb eines Gewässers befinden, was keiner semantisch korrekten Darstellung entspricht. Problematisch ist, dass die Strukturelemente zwar Geländekanten darstellen, doch ist deren Bedeutung zumeist nicht bekannt. Hier könnten Methoden Abhilfe schaffen, die in einem ersten Schritt korrespondierende Elemente suchen. D.h. den Umringspolygonen der Objekte sind korrespondierende Strukturelemente zuzuordnen. Die Korrespondenz könnte dann in dem Optimierungsverfahrens berücksichtigt werden.

Ein aktuelles Problem stellt die Integration Digitaler Gebäude- und Digitaler Geländemodelle dar. Gebäudemodelle enthalten die Begrenzungen von Gebäuden, beispielsweise in Form einer Liste mit Koordinaten x,y,z. Bei der Integration der Daten können Diskrepanzen zwischen der Grundfläche des Gebäudes, deren Höhe bekannt ist, und dem Geländemodell auftreten. Die Gebäudekoordinaten können innerhalb eines Optimierungsverfahrens berücksichtigt werden. Hierzu sind Bedingungsgleichungen aufzustellen, die zur Bestimmung der Schnittlinie zwischen Gebäude und Geländeoberfläche führen. Die Daten können dann korrigiert werden, sodass mit Hilfe dieses Ansatzes durch zusätzliche Informationen des Gebäudemodells die Qualität des DGM verbessert wird.

Zum Abschluss soll darauf hingewiesen werden, dass die Überprüfung grob fehlerhafter Daten von großer Relevanz ist. Zwar haben die Untersuchungen in dieser Arbeit gezeigt, dass auch bei groben Fehlern ein semantisch korrektes Ergebnis erzielt werden kann. Doch werden die Ergebnisse durch diese Fehler verfälscht. Hier sollte auf Mechanismen zurückgegriffen werden, die zur Aufdeckung der Fehler führen und in den bestehenden Algorithmus integriert werden können.

Dank

An dem Gelingen dieser Arbeit sind viele Personen beteiligt. Christian Heipke danke ich für das mir entgegengebrachte Vertrauen während der Zeit am Institut für Photogrammetrie und GeoInformation (IPI). Auch in weniger guten Zeiten hat er mich unterstützt und mir die Chance eingeräumt, diese Arbeit abzuschließen. Die fachlichen Gespräche mit ihm waren sehr anstrengend, aber immer auch sehr fruchtbar. Monika Sester hat in ihrer offenen und vertrauensvollen Art immer nützliche Tipps parat gehabt, die neben theoretischer Natur auch praktischer Art waren. Ihr danke ich für die Übernahme des Referats. Lutz Plümer hat in einer späten Phase der Arbeit mir den notwendigen Druck verschafft, einen konkreten Termin festzulegen, sodass ich zielgerichtet die Arbeit beenden konnte. Tiefgründige Anmerkungen seinerseits haben mich dazu gebracht, viele Teilaspekte stärker zu beleuchten.

Für die notwendige finanzielle Unterstützung danke ich der Landesvermessung und Geobasisinformation Niedersachsen (LGN). Der Direktor Erwin Kophstahl hat mir ermöglicht, drei Jahre sorgenfrei wissenschaftlich arbeiten zu können. Ernst Jäger hat das Projekt fachlich begleitet, wobei mir sehr große Freiräume gelassen wurden, die für eine wissenschaftliche Arbeit zwingend notwendig sind. Des weiteren danke ich Hermann Hahn, der mich in fachlichen Fragen jederzeit unterstützte. Ich bedanke mich auch bei den Geschäftsführern der EFTAS GmbH, Klaus-Ulrich Komp und Georg Altrogge. Sie haben mir durch eines ihrer Projekte ermöglicht, weiter wissenschaftlich tätig zu sein.

Ebenfalls danken möchte ich allen IPIanern. Viele von ihnen haben dazu beigetragen, diese Arbeit zu Papier zu bringen. Besonders bedanken möchte ich mich bei Karsten Jacobsen. Er hat mich regelmäßig aufgrund des gleichen Wohnortes in seinem Auto mitgenommen und bereits während meiner Diplomarbeit mir die Arbeit an der Universität schmackhaft gemacht. Benz Wolf möchte ich dafür danken, dass er mich einige Jahre als Zimmergenosse ausgehalten hat, er hat nahezu in allen Bereichen eine passende Antwort parat gehabt. Zudem danke ich ihm für die detailreiche Korrektur dieser Arbeit. Mein Büropartner Birger Reese war immer ein guter Ansprechpartner, vor allem bei Fragen zu matlab. Des weiteren danke ich Birger für die Unterstützung bei der Übung „Einführung in das Programmieren“. Alexander Brzank danke ich für die Übernahme der Übungen der Fernerkundung.

Ingo Kruse hat mich zu Beginn dieser Arbeit tatkräftig unterstützt. Er hat gezeigt, was es heißt, auch insitutsübergreifend behilflich zu sein. Sein Programm TASH hat mir zu Beginn viel Arbeit erspart und Ingo war zudem immer bereit, das Programm meinen Anforderungen entsprechend anzupassen.

Meiner Mutter danke ich dafür, dass sie mein Tun und Lassen in allen Lebenslagen immer respektiert hat. Meinen Freunden danke ich für das Verständnis, dass sie mich in den letzten Jahren selten, und wenn, dann nicht immer gut gelaunt gesehen haben. Zudem danke ich ihnen für die lustigen Abende sowie für die Ausflüge an die Ostsee.

Zu guter letzt möchte ich meiner Frau Inke sowie meinen Kindern Hannes und David danken. Sie haben mich in den Jahren, in denen diese Arbeit entstand, immer unterstützt und mir es nicht übel genommen, wenn ich die wenige Zeit zu Hause am Computer verbracht habe.

Lebenslauf

	Persönliches
	Andreas Koch
	Geboren am 1. Oktober 1970 in Brake/Unterweser
	Verheiratet mit Inke Ludewig, zwei Kinder
	Schulbildung
1977-1981	Grundschule Klippkanne Brake
1981-1983	Orientierungsstufe Brake Nord
1983-1987	Realschule Brake
1987-1990	Gymnasium Brake
	Schulabschluss: Allgemeine Hochschulreife
	Berufsausbildung
1.8.1990-16.6.1992	Ausbildung zum Vermessungstechniker beim Katasteramt Oldenburg
	Grundwehrdienst
1.10.1992-22.12.1992	Ausbildungskompanie Stabsdienst- und Militärkraftfahrer 2/11 in Aachim
23.12.1992-30.9.1993	Instandsetzungsausbildungskompanie 5/11 in Varel
	Studium
1993-1999	Studium der Geodäsie an der Universität Hannover
14.6.1999	Dipl.-Ing. der Geodäsie
	Diplomarbeit „Analyse und Aufbereitung von Laserscanner-Aufnahmen“
	Beruflicher Werdegang
1.9.1999-31.12.2005	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Photogrammetrie und GeoInformation der Universität Hannover
Seit April 2006	Softwareentwickler im Bereich der strategischen Entwicklung bei der Viscom AG, Hannover

Literatur

ABDELGUERFI, M. ; COOPER, E. ; WYNNE, C. ; SHAW, K. (1997): *An Extended Vector Product Format (EVPF) suitable for the representation of three-dimensional elevation in terrain databases.* In: International Journal of Geographical Information Science 11, Nr. 7, S. 649-676

ADV (Hrsg.) (1988): *Amtliches topographisch-kartographisches Informationssystem (ATKIS) : das Vorhaben der Landesvermessungsverwaltungen zum Aufbau digitaler Landschaftsmodelle und digitaler kartographischer Modelle.* Bonn. – 28 Seiten

ADV (Hrsg.) (1989): *Amtliches Topographisch-kartographisches Informationssystem ATKIS.* Gesamtdokumentation. Hannover

ADV (Hrsg.) (1995): *ATKIS-Objektartenkatalog (ATKIS-OK).* Hannover

AICHHOLZER, O. ; AURENHAMMER, F. ; ALBERTS, D. ; GÄRTNER, B. (1995): *A Novel Type of Skeleton for Polygons.* In: Journal of Universal Computer Science 1 (1995), Nr. 12, S. 752-761

AICHHOLZER, O. ; AURENHAMMER, F. ; ALBERTS, D. ; GÄRTNER, B. (1998): *Straight Skeletons of Simple Polygons.* In: Proceedings of the 4th International Symposium of LIESMARS, S. 114-124

AMMERAAL, L. (1998): *Computer graphics for Java programmers.* Chichester : John Wiley & Sons. – 271 Seiten. – ISBN 0-471-98142-7

AURENHAMMER, F. (1991): *Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure.* In: ACM Computing Surveys (CSUR), Band 23, Nr. 3, S. 345-405

AURENHAMMER, F. ; KLEIN, R. (1996): *Voronoi Diagrams.* Informatik Berichte. Hagen : Fernuniversität. – 92 Seiten

BARTELME, N. (1995): *Geoinformatik : Modelle, Strukturen, Funktionen.* Berlin : Springer. – 414 Seiten. – ISBN 3-540-58580-X

BERG, M. DE ; KREVELD, M. VAN (2000): *Computational geometry : algorithms and applications.* 2. Auflage. Berlin : Springer. – 367 Seiten. – ISBN 3-540-65620-0

BERN, M. ; EPPSTEIN, D. (1992): *Mesh Generation and Optimal Triangulation.* In: Ding-Zhu Du ; Hwang, F. (Hrsg.): Computing in Euclidian Geometry. Lecture Notes Series on Computing. Band 1. 2. Auflage. Singapore : World Scientific. - S. 23-90

BERN, M. ; PLASSMANN, P. (2000): *Mesh Generation.* In: Sack, J. ; Urrutia, J. (Hrsg.): Handbook of Computational Geometry. Amsterdam : Elsevier. – 1027 Seiten. – ISBN 0-444-82537-1

BILL, R. (1999): *Grundlagen der Geo-Informationssysteme.* Band 1. 4. Auflage. Heidelberg : Wichmann. – 454 Seiten. – ISBN 3-87907-325-2

BJÖRCK, Å. (1996): *Numerical methods for least squares problems.* Philadelphia : SIAM. – 408 Seiten. – ISBN 0-89871-360-9

BOLLMANN, J. ; KOCH, W. G. (2001): *Lexikon der Kartographie und Geomatik : in zwei Bänden.* Band 1 : A bis Karti. Heidelberg : Spektrum. – 453 Seiten. – ISBN 3-8274-1055-X

CHEW, L. P. (1989): *Constrained Delaunay triangulations.* In: Algorithmica 4 (1989), Nr. 1, S. 97-108

COTTLE, R. W. ; DANTZIG, G. B. (1968): *Complementary pivot theory of mathematical programming.* In: Linear Algebra and its Application, Nr. 1, S. 103-125

COTTLE, R. W. ; PANG, J.-S. ; STONE, R. E. (1992): *The Linear Complementary Problem.* In: Rheinboldt, W. (Hrsg.): Computer Science and Scientific Computing. Boston : Academic Press. – 762 Seiten. – ISBN 0-12-192350-9

DIESTEL, R. (2000): *Graph theory.* 2. Auflage. Berlin : Springer. – 314 Seiten. – ISBN 3-540-67656-2

DOMSCHKE, W. ; DREXL, A. (2004): *Einführung in Operations Research.* Berlin : Springer. – 264 Seiten. – ISBN 3-540-23431-4

EBNER, H. ; EDER, K. (1984): *Digitale Höhenmodelle heute und morgen.* In: DVW Mitteilungsblatt. 36. Jahrgang, Heft 1. – ISSN 0723-6336, S. 11-28

EDELSBRUNNER, H. ; TAN, T. S. (1992): *An upper bound for conforming Delaunay triangulations.* In: Proceedings of the 8th annual symposium on Computational Geometry, S. 53-62

EGENHOFER, M. J. ; FRANK, A. U. ; JACKSON, J. P. (1989): *A Topological Data Model for Spatial Databases.* In: Buchmann, A. ; Günther, O. ; Smith, S. ; Wang, Y.-F. (Hrsg.): Design and Implementation of Large Spatial Databases. Lecture Notes in Computer Science. Band 409. Berlin : Springer. – S. 271-286

EGENHOFER, M. J. ; HERRING, J. R. (1991): *Categorizing Binary Topological Relations Between Regions, Lines, and Points in Geographic Databases.* Technical Report, Department of Surveying Engineering, University of Maine, Orono. – 28 Seiten

FELKEL, P. ; OBDRŽÁLEK, Š. (1998): *Straight Skeleton Implementation.* In: Szirmay-Kalos, L. (Hrsg.): Proceedings of the 14th Conference on Computer Graphics. – ISBN 80-223-0837-4. – S. 210-218

FLETCHER, R. (2000): *Practical methods of optimization.* 2. Auflage. Chichester : Wiley. – 436 Seiten. – ISBN 0-471-91547-5

FORTUNE, S. (1995): *Voronoi diagrams and Delaunay triangulations.* In: Ding-Zhu Du ; Hwang, F. (Hrsg.): Computing in Euclidian Geometry. Lecture Notes Series on Computing. Band 1. 2. Auflage. Singapore : World Scientific. - S. 225-265

FRITSCH, D. (1985): *Some Additional Informations on the Capacity of the Linear Complementary Algorithm.* In: Grafarend, E. W. ; Sansò, F. (Hrsg.): Optimization and Design of Geodetic Networks. Berlin : Springer. – S. 169-184

FRITSCH, D. (1991): *Raumbezogene Informationssysteme und digitale Geländemodelle.* Habilitationsschrift, DGK, Reihe C, Nr. 369. – 113 Seiten. – ISBN 3-7696-9416-3

GAUß, C. F. (1809): *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium.* Hamburg

GERSTING, J. L. (1993): *Mathematical structures for computer science.* 3. Auflage. New York : Computer Science Press. – 757 Seiten. – ISBN 0-7167-8259-6

GÖSSELN, G. VON ; SESTER, M. (2004): *Integration of geoscientific data sets and the german digital map using a matching approach.* In: International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. Band XXXV. Teil IV

GRAFAREND, E. W. ; SCHAFFRIN, B. (1993): *Ausgleichungsrechnung in linearen Modellen.* Mannheim : BI-Wissenschaftsverlag. – 483 Seiten. – ISBN 3-411-16381-X

GRÖGER, G. (2000): *Modellierung raumbezogener Objekte und Datenintegrität in GIS.* Heidelberg : Wichmann. – 188 Seiten. – ISBN 3-87907-354-6

GROßMANN, W. (1976): *Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung.* 3. Auflage. Stuttgart : Wittwer. – 260 Seiten

GUIBAS, L. J. ; STOLFI, J. (1983): *Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and the Computation of Voronoi Diagrams.* In: ACM Transactions on Graphics 4 (1985), Nr. 2, S. 74-123

HAHN, H. (2003): *Persönliches Gespräch.* Hannover

HAKE, G. ; GRÜNREICH, D. ; MENG, L. (2002): *Kartographie: Visualisierung raum-zeitlicher Informationen.* 8. Auflage. Berlin : de Gruyter. – 604 Seiten. – ISBN 3-11-016404-3

HEALY, M. J. R. (2000): *Matrices for statistics.* 2. Auflage. Oxford : Clarendon Press. – 147 Seiten. – ISBN 0-19-850702-X

HEIPKE, C. (1986): *Zum Vergleich von 2 Komplementaritätsalgorithmen.* Diplomarbeit. München : Lehrstuhl für Photogrammetrie der Technischen Universität München. – 62 Seiten, unveröffentlicht

HETTWER, J. (2003): *Numerische Methoden zur Homogenisierung grosser Geodatenbestände.* Dissertation. Aachen : Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 60. – 112 Seiten

HÖPCKE, W. (1980): *Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung.* Berlin : Walter de Gruyter. – 227 Seiten. – ISBN 3-11-0075148

HOVENBITZER, M. (2005): *Persönliches Gespräch im Rahmen des „First International Workshop on Next Generation 3D City Models“.* Bonn

INAGAKI, H. ; SUGIHARA, K. (1994): *Numerically Robust Algorithm for Constructing Constrained Delaunay Triangulation.* Proceedings of the 6th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG), Saskatoon / Kanada, S. 171-176

JÄNICH, K. (2005): *Topologie.* 8. Auflage. Berlin : Springer. – 239 Seiten. – ISBN 3-540-21393-7

JARRE, F. ; STOER, J. (2004): *Optimierung.* Berlin : Springer. – 475 Seiten. – ISBN 3-540-43575-1

KAMPSHOFF, S. (2005): *Integration heterogener raumbezogener Objekte aus fragmentierten Geodatenbeständen.* Dissertation. Aachen : Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 62. – 112 Seiten

KAMPSHOFF, S. ; BENNING, W. (2005): *Homogenisierung von Massendaten im Kontext von Geodaten-Infrastrukturen.* In: ZfV, Nr. 3, S. 133-145

KLEIN, R. (1997): *Algorithmische Geometrie.* 1. Auflage. Bonn : Addison-Wesley. – 388 Seiten. – ISBN 3-8273-1111-X

KLÖTZER, F. (1997): *Integration von triangulierten digitalen Geländemodellen und Landkarten.* Diplomarbeit, Institut für Informatik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn. – 96 Seiten

KOCH, A. ; HEIPKE, C. ; LOHMANN, P. (2002): *Bewertung von SRTM Digitalen Geländemodellen – Methodik und Ergebnisse.* In: PFG, Nr. 6, S. 389-398

KOCH, K. R. (1981): *Hypothesis Testing with Inequalities.* In: Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Nr. 2, S. 135-144

KOCH, K. R. (1982): *Optimization of the Configuration of Geodetic Networks.* DGK, Reihe B, Nr. 258/III, S. 82-89

KOCH, K. R. (1997): *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen.* Bonn : Dümmler. – 366 Seiten. – ISBN 3-427-78923-3

KOCH, K. R. (1999): *Parameter estimation and hypothesis testing in linear models.* 2. Auflage. Bonn : Dümmler. – 333 Seiten. – ISBN 3-540-65257-4

KONECNY, G. ; LEHMANN, G. (1984): *Photogrammetrie.* 4. Auflage. Berlin : de Gruyter. – 392 Seiten. – ISBN 3-11-07358-7

KOPHSTAHL, E. (1988): *ATKIS – Raumbezogene Basisinformationen der Bundesrepublik Deutschland - Realisierung und Anwendung in Niedersachsen.* In: Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe 1, Frankfurt am Main : Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie

KRAUS, K. (1994): *Photogrammetrie : Grundlagen und Standardverfahren.* 5. Auflage. Bonn : Dümmler. – 394 Seiten. – ISBN 3-427-78645-5

KRAUS, K. (1996): *Photogrammetrie* : *Verfeinerte Methoden und Anwendungen.* 3. Auflage. Bonn : Dümmler. – 488 Seiten. – ISBN 3-427-78653-6

KRAUS, K. (2000): *Photogrammetrie : Topographische Informationssysteme.* Band 3. Bonn : Dümmler. – 419 Seiten. – ISBN 3-427-78751-6

KÜNZI, H. P. ; TZSCHACH, H. G. ; ZEHNDER, C. A. (1967): *Numerische Methoden der mathematischen Optimierung mit ALGOL- und FORTRAN-Programmen.* Stuttgart : Teubner. – 151 Seiten

KUHN, H. W. ; TUCKER, A. (1951): *Nonlinear programming.* In: Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Los Angeles : University of California Press. – 481-492

LAURINI, R. ; THOMPSON, D. (1992): *Fundamentals of spatial information systems.* London : Academic Press. 680 Seiten. – ISBN 0-12-438380-7

LAWSON, C. L. ; HANSON, R. J. (1974): *Solving least squares problems.* Philadephia : SIAM. – 337 Seiten. – ISBN 0-89871-356-0

LEE, D. T. (1982): *Medial Axis Transformation of a Planar Shape.* In: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence : PAMI 4 (1982), S. 345-405

LEE, D. T. ; LIN, A. K. (1986): *Generalized Delaunay Triangulation for Planar Graphs.* In: Discrete and Computational Geometry 1 (1986), S. 201-217

LEMKE, C. E. (1968): *On complementary pivot theory.* In: Dantzig, G. B. ; Veinott, A. F. (Hrsg.): Mathematics in the Decision Sciences. Teil 1. – S. 95-114

LENK, U. (2001): *- 2.5D-GIS und Geobasisdaten - Integration von Höheninformation und Digitalen Situationsmodellen.* Dissertation, DGK, Reihe C, Nr. 546. – 190 Seiten. – ISBN 3-7696-9585-2

LIEW, C. K. (1976): *Inequality Constrained Least-Squares Estimation.* In: Journal of the American Statistical Association 71 (1976), Nr. 355, S. 746-751

LIEW, C. K. ; SHIM, J. K. (1978): *A computer program for inequality constrained least-squares estimation.* In: Econometrica 46 (1978), Nr. 1, S. 237-245

LINKWITZ, K. (1970): *Digitale Geländemodelle.* In: Bildmessung und Luftbildwesen 1 (1970), S. 76-84

LOCHER, B. (1993): *Verfahren zur Lösung von quadratischen Optimierungsproblemen mit quadratischen Nebenbedingungen.* Dissertation. Zürich: Philosophische Fakultät II der Universität Zürich. – 84 Seiten

LÜTHI, H.-J. (1976): *Komplementaritäts- und Fixpunktalgorithmen in der mathematischen Programmierung, Spieltheorie und Ökonomie.* Berlin : Springer. – 145 Seiten. – ISBN 0-387-07790-1

MARTI, K. ; GRÖGER, D. (2000): *Einführung in die lineare und nichtlineare Optimierung.* Heidelberg : Physica-Verlag. – 206 Seiten. – ISBN 3-7908-1297-8

MEYBERG, K. ; VACHENAUER, P. (1998): *Höhere Mathematik 1 : Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung.* 4. Auflage. Berlin : Springer. – 529 Seiten. – ISBN 3-540-63688-9

MIDTBØ, T. (1993) : *Spatial Modelling by Delaunay Networks of Two and Three Dimensions.* Dr. Ing. Thesis, Norges Tekniske Hogskole, Trondheim. – 145 Seiten

MILLER, C. L. ; LAFLAMME, R. A. (1958): *The Digital Terrain Model – Theory and Applications.* In: Photogrammetric Engineering and Remote Sensing 24 (1958), S. 433-442

MOLENAAR, M. (1998): *An Introduction to the Theory of Spatial Object Modelling for GIS.* London : Taylor & Francis. – 246 Seiten. – ISBN 0-7484-0775-8

MORRIS, W. (2002): *Ramdomized pivot algorithms for P-matrix linear complementarity problems.* In: Math. Program., Nr. 92A, S. 285-296

MÜLLER, J. (1999): *Homogenisierung dreidimensionaler Szenarien nach der Methode der kleinsten Quadrate.* Dissertation. Aachen : Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 56. – 111 Seiten. – ISSN 0515-0574

MÜLLER, K. P. ; WÖLPERT, H. (1976): *Anschauliche Topologie : eine Einführung in die elementare Topologie und Graphentheorie.* Stuttgart : Teubner. – 168 Seiten. – ISBN 3-519-02709-7

MURTY, K. G. (1988): *Linear Complementarity, Linear and Nonlinear Programming.* Sigma series in applied mathematics. 3. Auflage. Berlin : Heldermann. – 629 Seiten. – ISBN 3-88538-403-5

NETZER, P. ; ZIEGLER, S. (2000): *3D-Darstellung von Verkehrswegen.* Semesterarbeit. Zürich : Vertiefungsblock H6/8 „Geoinformationssysteme und Geoinformatik", Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie. – 29 Seiten. – unveröffentlicht

NIEMEIER, W. (2002): *Ausgleichungsrechnung.* Berlin : de Gruyter. – 407 Seiten. – ISBN 3-11-014080-2

O'ROURKE, J. (1998): *Computational Geometry in C.* 2. Auflage. Cambridge : Cambridge University Press. – 376 Seiten. – ISBN 0-521-64976-5

PARDALOS, P. M. (1994): *The linear complementarity problem.* In: Gomez, S. ; Hennart, J. (Hrsg.): Advances in Optimization and Numerical Analysis. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers

PARDALOS, P. M. ; ROMEIJN, H. E. (Hrsg.) (2002): *Handbook of Global Optimization.* Band 2. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. – 569 Seiten

PFEIFER, N. (2002): *3D Terrain Models on the Basis of a Triangulation.* Dissertation. Wien : Geowissenschaftliche Mitteilungen, Nr. 65. – 127 Seiten. – ISBN 3-9500791-7-3

POLIS, M. F. ; GIFFORD, S. J. ; MCKEOWN JR., D. M. (1995): *Automating the Construction of Large-Scale Virtual Worlds.* In: Computer 28, Nr. 7, S. 57-65

PREPARATA, F. P. ; SHAMOS, M. I. (1985): *Computational Geometry : an introduction.* New York : Springer. – 398 Seiten. – ISBN 0-387-96131-3

RAPPE, B. (1995): *Erfassung und Integration von Geo-Daten aus unterschiedlichen Quellen.* In: Buziek, G. (Hrsg.): GIS in Forschung und Praxis. Stuttgart : Wittwer. – 335 Seiten. – ISBN 3-87919-192-1, S. 123-140

RAS-Q (1996): *Richtlinien für die Anlage von Straßen (RAS), Teil Querschnitte (RAS-Q 96)*, Arbeitsgruppe Straßenentwurf, Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen, 1996

RAS-L (1995): *Richtlinien für die Anlage von Straßen (RAS), Teil Linienführung (RAS-L 95)*, Arbeitsgruppe Straßenentwurf, Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen, 1995

RAVINDRAN, A. (1972): *A Computer Routine for Quadratic and Linear Programming Problems.* In: Commun. ACM 15 (1972), Nr. 9, S. 818-820

ROUSSEAUX, F. ; BONIN, O. (2003): *Toward a coherent integration fo 2D linear data into a DTM.* In: Proceedings of the 21st International Cartographic Conference ICC. – CD

RUPPERT, J. (1995): *A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation.* In: Journal of Algorithms 18, Nr. 3, S. 548-585

SAALFELD, A. (1985): *A Fast Rubber-Sheeting Transformation Using Simplicial Coordinates.* In: The American Cartographer 12, Nr. 2, S. 169-173

SAALFELD, A. (1988): *Conflation : automated map compilation.* In: International Journal of Geographical Information Systems 2, Nr. 3, S. 217-228

SAALFELD, A. (1990): *Delaunay edge refinement.* In: Proceedings of the 3rd Canadian Conference on Computational Geometry, S. 33-36

SCHÄFER, U. (2004): *A Linear Complementarity Problem with a P-Matrix.* In: SIAM Rev., Section Problems and Techniques, Band 46, Nr. 2, S. 189-201

SCHAFFRIN, B. (1981): *Ausgleichung mit Bedingungs-Ungleichungen.* In: AVN (1981), Nr. 6, S. 227-238

SCHÖNHERR, S. (2002): *Quadratic Programming in Geometric Optimization: Theory, Implementation, and Applications.* Dissertation. Zürich : Swiss Federal Institute of Technology. – 155 Seiten

SCHOLZ, T. (1992): *Zur Kartenhomogenisierung mit Hilfe strenger Ausgleichungsmethoden.* Dissertation. Aachen : Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 47. – 137 Seiten

SHEWCHUK, J. R. (1996): *Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator.* In: Lin, M. C. ; Manocha, D. (Hrsg.): Applied Computational Geometry: Towards Geometric Engineering. Lecture Notes in Computer Science, Band 1148. Berlin : Springer. – S. 203-222

SHEWCHUK, J. R. (1997): *Delaunay refinement mesh generation.* Dissertation. Pittsburgh : Carnegie Mellon University. – 207 Seiten

SHEWCHUK, J. R. (1999): *Lecture Notes on Delaunay Mesh Generation.* Berkeley : University of California at Berkeley. – 119 Seiten

SIBSON, R. (1980): *A vector identity fort he Dirichlet tesselation.* In: Math. Proc. Camb. Phil. Soc. (1980), Nr. 87, S. 151-155

SIBSON, R. (1981): *A brief description of natural neighbour interpolation.* In: Barnet, V. (Hrsg.): Interpreting Multivariate Data. Chichester : John Wiley & Sons, S. 21-36

SIMONSE, M. ; VERBREE, E. ; VAN ASPEREN, P. ; VAN DER VEGT, J.-W. (2000): *Construction of the 3DTOP10 : Integration of countrywide planimetric data and laseraltimetry data to support 3D-visualisation and analyses.* In: Molenaar, M. ; Beek, K. J. (Hrsg.): International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. Band XXXIII. Teil B4. – S. 995-1002

SPELLUCCI, P. (1993): *Numerische Verfahren der nichtlinearen Optimierung.* Basel : Birkhäuser. – 556 Seiten. – ISBN 3-7643-2854-1

STOTER, J. E. (2004): *3D Cadastre.* Dissertation. Publications on Geodesy, Nr. 57. Delft : Netherlands Geodetic Commission. – 327 Seiten. – ISBN 90-6132-286-3

SU, P. ; DRYSDALE, R. L. S. (1995): *A Comparison of Sequential Delaunay Triangulation Algorithms.* In: Symposium on Computational Geometry. – S. 61-70

TORGE, W. (2003): *Geodäsie.* 2. Auflage. Berlin : de Gruyter. – 369 Seiten. – ISBN 3-11-017545-2

TORLEGARD, K. (1983): *Photogrammetrie und Digitale Höhenmodelle – Gegenwärtiger Stand der Entwicklung und Anwendung.* In: BuL, Nr. 51, S. 11-20

WALTER, V. ; FRITSCH, D. (1996): *Integration von Straßenverkehrsdaten aus unterschiedlichen Datenmodellen.* In: Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I(115), S. 179-192

WALTER, V. (1997): *Zuordnung von raumbezogenen Daten – am Beispiel der Datenmodelle ATKIS und GDF.* Dissertation, DGK, Reihe C, Nr. 480

WOLF, H. (1975): *Ausgleichungsrechnung : Formeln zur praktischen Anwendung.* Bonn : Dümmler. – 323 Seiten. – ISBN 3-427-78351-0

ZURMÜHL, R. ; FALK, S. (1997): *Matrizen und ihre Anwendungen : für angewandte Mathematiker, Physiker und Ingenieure. 1. Grundlagen.* 7. Auflage. Berlin : Springer. – 496 Seiten. – ISBN 3-540-61436-2